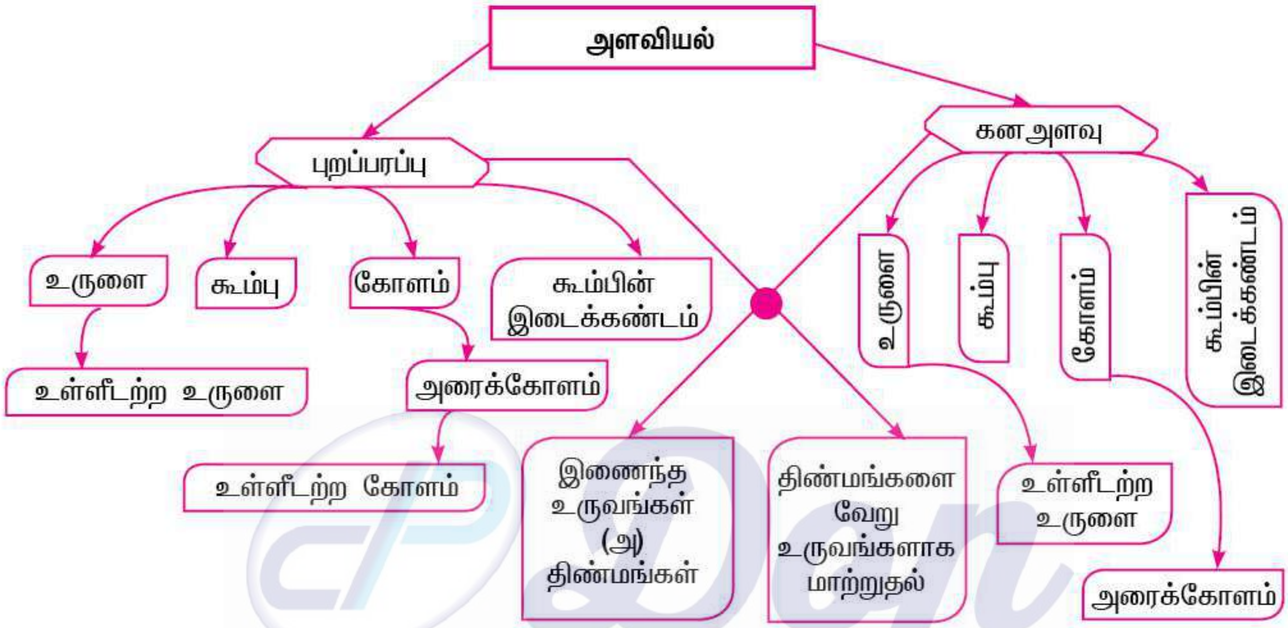
www.nammakalvi.in

அலகு 7 அளவியல்

மன வரைபடம்



புறப்பரப்பு

நினைவில் கொள்க

- புறப்பரப்பு என்பது மொத்தப் புறப்பரப்பைக் குறிக்கும்.
- வேறு மதிப்புகள் கொடுக்கப்படாமலிருப்பின், $\pi = \frac{22}{7}$ என்பதைப் பயன்படுத்தவும்.
- நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு = $2\pi rh$ சதுர அலகுகள்.
- நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $2\pi r(h + r)$ சதுர அலகுகள்.
- உள்ளீடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு = $2\pi(R + r)h$ சதுர அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $2\pi(R + r)(R - r + h)$ சதுர அலகுகள்
- நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு = πrl சதுர அலகுகள்
- நேர்வட்டக் கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $\pi r(l + r)$ சதுர அலகுகள்
- அரைக் கோளத்தின் வளைபரப்பு = $2\pi r^2$ சதுர அலகுகள்
- அரைக் கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $3\pi r^2$ சதுர அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு = $2\pi(R^2 + r^2)$ சதுர அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற அரைக் கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $\pi(3R^2 + r^2)$ சதுர அலகுகள்

www.nammakalvi.in

எடுத்துக்காட்டு

7.1 ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு : r மற்றும் h என்பன முறையே உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு h = 20 செ.மீ; r = 14 செ.மீ

உருளையின் வளைபரப்பு = $2\pi rh$ ச.அ

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 20$

$= 2 \times 22 \times 2 \times 20$

= 1760 செ.மீ^{2}

உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

= $2\pi r(h + r)$ ச.அ

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (20 + 14)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 34$

= 2992 செ.மீ^{2}

ஆகவே, உருளையின் வளைபரப்பு = 1760 செ.மீ^{2},
மொத்தப் புறப்பரப்பு = 2992 செ.மீ^{2}

7.2 88 ச.செ.மீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

தீர்வு :

r மற்றும் h என்பன முறையே திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு, உருளையின் வளைபரப்பு = 88 ச.செ.மீ

$2\pi rh = 88$

$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88$ (உயரம் h = 14 செ.மீ)

$2r = \frac{88 \times 7}{22 \times 14} = 2$

2r = 2 செ.மீ

ஆகவே, உருளையின் விட்டம் = 2 செ.மீ

7.3 நீளம் 3 மீ மற்றும் விட்டம் 2.8 மீ உடைய ஒரு சமன்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு தோட்டம் சமன்படுத்தப்படுகிறது. 8 சுற்றுகளில் எவ்வளவு பரப்பை உருளை சமன் செய்யும்?

தீர்வு :

r மற்றும் h என்பன முறையே உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க. இங்கு,

விட்டம் d = 2.8 மீ

உயரம் h = 3 மீ

ஆரம் r = 1.4 மீ

உருளை ஒரு சுற்றில் சமன்படுத்தும் பரப்பு

= சமன்படுத்தும் உருளையின் வளைபரப்பு

= $2\pi rh$ ச.அ

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 3 = 26.4$

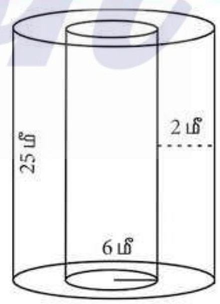
உருளை ஒரு சுற்றில் சமன்படுத்தும் பரப்பு

= 26.4 ச.மீ

ஆகவே, 8 சுற்றுகளில் சமன்படுத்தப்படும் மொத்தப் பரப்பு = $8 \times 26.4 = 211.2$ மீ^{2}

எனவே, உருளை சமன்படுத்தும் பரப்பு 211.2 மீ^{2} ஆகும்.

7.4 தடிமன் 2 மீ, உட்புற ஆரம் 6 மீ மற்றும் உயரம் 25 மீ உடைய ஓர் உருளை வடிவக் சுரங்கப்பாதையின் உள் மற்றும் வெளிப்புறப் பரப்புகளுக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் வர்ணத்தை 10 ச.மீ பூச முடியுமானால், சுரங்கப்பாதைக்கு வர்ணம் பூச எத்தனை லிட்டர் வர்ணம் தேவை?



தீர்வு :

h, r மற்றும் R என்பன முறையே உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற ஆரம் மற்றும் வெளிப்புற ஆரம் என்க.

இங்கு, உயரம் (h) = 25 மீ; தடிமன் = 2 மீ

உட்புற ஆரம் (r) = 6 மீ

தற்போது, வெளிப்புற ஆரம் (R) = 6 + 2 = 8 மீ

சுரங்கப்பாதையின் வளைபரப்பு

= உள்ளீடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு

= $2\pi\ (R + r)\ h$ ச.அ

$= 2 \times \frac{22}{7} (8 + 6) \times 25$

எனவே, சுரங்கப்பாதையின் வளைபரப்பு = 2200 ச.மீ

ஒரு லிட்டர் வர்ணம் பூசக்கூடிய பரப்பு = 10 ச.மீ

எனவே, தேவைப்படும் வர்ணம் = $\frac{2200}{10}$ = 220 லி.

www.nammakalvi.in

ஆகவே, சுரங்கப்பாதைக்கு வர்ணம் பூச 220 லிட்டர் வர்ணம் தேவைப்படும்.

7.5 கித்தானைக் கொண்டு 7 மீ ஆரமும் 24 மீ உயரமும் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவக் கூடாரம் உருவாக்கப்படுகிறது. செவ்வக வடிவக் கித்தானின் அகலம் 4 மீ எனில், அதன் நீளம் காண்க.

தீர்வு :

r மற்றும் h என்பன முறையே கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு, ஆரம் (r) = 7 மீ, உயரம் (h) = 24 மீ

தற்போது, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{49 + 576}$

$l = \sqrt{625} = 25$ மீ

கூம்பின் வளைபரப்பு = πrl ச.அ

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ மீ^{2}

மேலும், கூம்பின் வளைபரப்பு = கித்தானின் பரப்பு

கித்தானின் நீளம் = $\frac{\text{கித்தானின் பரப்பு}}{\text{கித்தானின் அகலம்}}$

$= \frac{550}{4} = 137.5$ மீ

ஆகவே, கித்தானின் நீளம் 137.5 மீ ஆகும்.

7.6 704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு :

கூம்பின் ஆரம் r = 7 செ.மீ

கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = $\pi r\ (l + r)$ ச.அ

மொத்தப் புறப்பரப்பு = 704 ச.செ.மீ

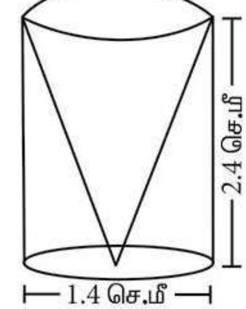
$704 = \frac{22}{7} \times 7\ (l + 7)$

$32 = l + 7$

எனவே, l = 25 செ.மீ

ஆகவே, கூம்பின் சாயுயரம் 25 செ.மீ ஆகும்.

7.7 2.4 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையின் விட்டம் 1.4 செ.மீ ஆகும். உருளையினுள் அதே ஆரமுள்ள கூம்பு வடிவக் குழிவு உருளையின் உயரத்திற்கு ஏற்படுத்தப்படுகிறது எனில், மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு காண்க.



தீர்வு :

h மற்றும் r என்பன கூம்பு மற்றும் உருளை ஆகியவற்றின் உயரம் மற்றும் ஆரம் என்க.

l என்பது கூம்பின் சாயுயரம் என்க.

இங்கு, h = 2.4 செ.மீ, d = 1.4 செ.மீ, r = 0.7 செ.மீ

மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

= உருளையின் வளைபரப்பு + கூம்பின் வளைபரப்பு+ அடிப்பரப்பு

$= (2\pi rh + \pi rl + \pi r^2)$ ச.அ

தற்போது, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{0.49 + 5.76}$

$= \sqrt{6.25} = 2.5$ செ.மீ

$l = 2.5$ செ.மீ

மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 2\pi rh + \pi rl + \pi r^2$ ச.அ

$= \pi r\ (2h + l + r)$

$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times \left[(2 \times 2.4) + 2.5 + 0.7\right]$

$= 17.6$

ஆகவே, மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 17.6 ச.செ.மீ ஆகும்.

7.8 ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க.

தீர்வு :

கோளத்தின் ஆரம் 'r' என்க.

புறப்பரப்பு = 154 மீ^{2}

$4\pi r^2 = 154$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$r^2 = 154 \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{22}$

எனவே, $r^2 = \frac{49}{4}$ லிருந்து

$r = \frac{7}{2}$

ஆகவே, விட்டம் 7 மீ ஆகும்.

www.nammakalvi.in

7.9 **ஒரு கோள வடிவ வளிக்கூண்டினுள் (balloon) காற்று உந்தப்படும்போது அதன் ஆரம் 12 செ.மீ -லிருந்து 16 செ.மீ ஆக உயருகிறது. இரு புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க.**

தீர்வு :

r_1 மற்றும் r_2 என்பன வளிக்கூண்டுகளின் ஆரங்கள் என்க.

இங்கு, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

எனவே, புறப்பரப்புகளின் விகிதம்

$$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

ஆகவே, புறப்பரப்புகளின் விகிதம் 9 : 16 ஆகும்.

7.10 **ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.**

தீர்வு :

r என்பது அரைக்கோளத்தின் ஆரம் என்க.

இங்கு, அடிப்பரப்பு = πr^2 ச.அ = 1386 ச.மீ

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு

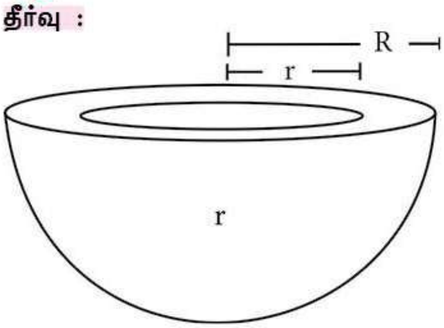
$= 3\pi r^2$ ச.அ

$= 3 \times 1386 = 4158$

ஆகவே, அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்புறப்பரப்பு 4158 ச.மீ ஆகும்.

7.11 **ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உள் மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 3 மீ மற்றும் 5 மீ ஆகும். ஓட்டின் மொத்தப் புறப்பரப்பு மற்றும் வளைபரப்பைக் காண்க.**

தீர்வு :



ஓட்டின் உள் மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே r மற்றும் R என்க.

இங்கு, R = 5 மீ, r = 3 மீ

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= 2\pi\,(R^2 + r^2)$ ச.அ

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (25 + 9)$

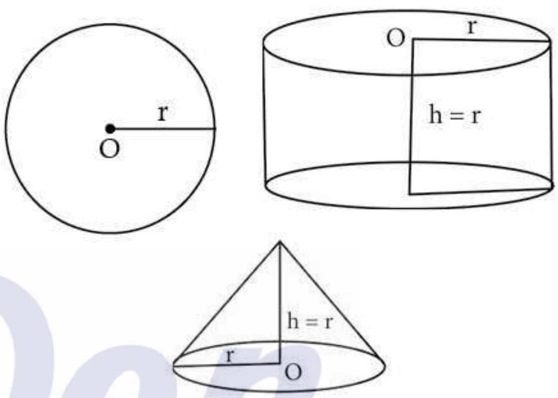
$= 213.71$

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= \pi(3R^2 + r^2)$ ச.அ

$= \frac{22}{7}(75 + 9) = 264$

ஆகவே, வளைப்பரப்பு 213.71 ச.மீ மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பு 264 ச.மீ ஆகும்.

7.12 **ஒரு கோளம், உருளை மற்றும் கூம்பு ஆகியவற்றின் ஆரங்கள் சமம். படத்தில் உள்ளபடி கூம்பு மற்றும் உருளையின் உயரங்கள் ஆரத்திற்குச் சமம் எனில், அவற்றின் வளைப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க.**



தீர்வு :

இங்கு, தேவையான விகிதம்

= கோளத்தின் வளைபரப்பு : உருளையின் வளைபரப்பு : கூம்பின் வளைபரப்பு

$= 4\pi r^2 : 2\pi rh : \pi rl$

$(l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{2r^2} = \sqrt{2}r)$

$= 4\pi r^2 : 2\pi r^2 : \pi r\sqrt{2}\,r$

$= 4\pi r^2 : 2\pi r^2 : \sqrt{2}\pi r^2$

$= 4 : 2 : \sqrt{2} = 2\sqrt{2} : \sqrt{2} : 1$

7.13 **ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டச் சாயுயரம் 5 செ.மீ ஆகும். அதன் இரு ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 1 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.**

தீர்வு :

l, R மற்றும் r ஆகியவை முறையே இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம், மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஆரங்கள் என்க.

இங்கு l = 5 செ.மீ, R = 4 செ.மீ, r = 1 செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

$= \pi\,(R + r)l$ ச.அ

$= \frac{22}{7} \times (4 + 1) \times 5$

$= \frac{550}{7}$

www.nammakalvi.in

ஆகவே, இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

= 78.57 ச.செ.மீ

7.14 **ஒரு தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10 மீ மற்றும் 4 மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4 மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.**

தீர்வு :

இங்கு h, l, R மற்றும் r என்பன முறையே இடைக்கண்டத்தின் உயரம், சாயுயரம், மேற்புற மற்றும் அடிப்புற வட்டத்தின் ஆரங்கள் என்க.

இங்கு மேல் விட்டம் = 10 மீ;

R = 5 மீ

கீழ் விட்டம் = 4 மீ r = 2 மீ,

உயரம் h = 4 மீ

சாயுயரம், $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$ அ

$= \sqrt{4^2 + (5-2)^2}$

$l = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ மீ

வளைபரப்பு $= \pi(R+r)l$ ச.அ

$= \frac{22}{7}(5+2) \times 5 = 110$ மீ^{2}

மொத்தப் புறப்பரப்பு $= [\pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2]$ ச.அ

$= \frac{22}{7}\left[(5+2)5 + 25 + 4\right]$

$= \frac{1408}{7} = 201.14$

ஆகவே, வளைபரப்பு = 110 மீ^{2} மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பு = 201.14 மீ^{2}.

முன்னேற்றச் சோதனை

1. ஒரு ______ ஐ, அதன் ______ மைய அச்சாகக் கொண்டு சுழற்றுவதன் மூலம் ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையைப் பெறலாம்.

விடை: செவ்வகம், ஒரு பக்கத்தை.

2. ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் அச்சு அதன் விட்டத்துக்கு ______ அமையும்.

விடை: செங்குத்தாக.

3. ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தபுறப்பரப்பு மற்றும் வளைபரப்பிற்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் ______ ஆகும்.

விடை: $2\pi r^2$, அதாவது இரு வட்டங்களின் பரப்பளவு.

4. சமமான ஆரமும் உயரமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு அதன் அடிப்பரப்பைப்போல் ______ ஆக இருக்கும்.

விடை: இரு முறை (அல்லது) இரு மடங்கு.

5. ஒரு ______ ஐ, அதன் ______ ஐ மைய அச்சாகக் கொண்டு சுழற்றுவதன் மூலம் ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பினைப் பெறலாம்.

விடை: செங்கோண முக்கோணம், செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களில் ஒன்று

6. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் அச்சு அதன் விட்டத்துக்கு ______ அமையும்.

விடை: செங்குத்தாக

7. ஒரு கூம்பின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பு ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் ______.

விடை: πr^2, அதாவது அடித்தளத்தின் பரப்பளவு

8. ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதி கூம்பாக மாறும்போது ஏற்படும் மாற்றங்களைச் சரியாகப் பொருத்துக.

விடை:

வட்டக்கோணப் பகுதி	கூம்பு
ஆரம்	சாயுயரம்
பரப்பு	வளைபரப்பு
வில்லின் நீளம்	அடிப்புறச் சுற்றளவு

9. கோளத்தின் ஒவ்வொரு தளக் குறுக்கு வெட்டும், ஒரு ______ ஆகும்.

விடை: வட்டம்.

www.nammakalvi.in

10. மீப்பெரு வட்டத்தின் மையப்புள்ளி, கோளத்தின் ______ ஆகும்.

விடை: விட்டம்.

11. ஓர் அரைக் கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பிற்கும் வளைபரப்பிற்கும் இடையேயான வித்தியாசம்______ ஆகும்.

விடை: πr^2, அதாவது வட்டத்தின் பரப்பு.

12. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு மற்றும் அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு ஆகியவற்றின் விகிதமானது _____ ஆகும்.

விடை: 3 : 2

13. ஒரு கோளத்தை அதன் மீப்பெரு வட்டம் வழியாக ஒரு தளம் வெட்டும்போது கிடைக்கும் ஒரு பகுதியை _____ என்கிறோம்.

விடை: அரைக்கோளம்.

14. இரு இணை தளங்களால் வெட்டப்படும் கூம்பின் ஒரு பகுதியை _____ எனலாம்.

விடை: கூம்பின் இடைக் கண்டம்.

15. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பில் எத்தனை இடைக்கண்டங்கள் உள்ளன?

விடை: ஒன்றே ஒன்று.

சிந்தனைக் களம்

1. ஓர் அலகு தடிமனும், r அலகுகள் ஆரமும் கொண்ட 'h' வட்ட வில்லைகளை ஒன்றின் மீது ஒன்றாக அடுக்கும்போது தோன்றும் திண்ம உருவத்தின் வடிவம் என்ன? அதன் வளைபரப்பைக் காண்க.

விடை: இங்கு திண்ம உருவம் என்பது ஓர் உருளை

ஆரம் = r

உயரம் = h × 1 = h

வளைபரப்பு = $2\pi rh$ சதுர அலகுகள்

2. ஓர் உருளையின் ஆரம் அதன் உயரத்தின் இரு மடங்கு எனில், வளைபரப்பிற்கும் அடிப்புறப் பரப்பிற்கும் உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

விடை:

ஆரம் உயரத்தைப் போல் இரு மடங்கு r = 2h

வளைபரப்பு = $4\pi h^2 = 2\pi(2h)h$

அடிப்பரப்பு = $4\pi h^2 = \pi(2h)^2$

வளைபரப்பு = அடிப்பரப்பு

3. 12 மீ நீளம் 5 மீ அகலமும் கொண்ட இரண்டு செவ்வக வடிவ அலுமினியத் தாள்களை, ஒன்று நீளத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டும், மற்றொன்று அகலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டும் சுழற்றுவதன் மூலம் இரு நேர்வட்ட உருளைகள் உருவாக்கப்படுகின்றன எனில் அவற்றின் வளைபரப்புகளுக்கு இடையே உள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

விடை:

வளைபரப்புகளின் விகிதம் $= \frac{2\pi r(12)}{2\pi\, r(5)} = \frac{12}{5} = 12:5$

4. நீங்கள் அன்றாடம் பயன்படுத்தும் திண்ம கூம்பு வடிவப்பொருட்கள் சிலவற்றைக் குறிப்பிடுக.

விடை: ஐஸ்கிரீம் கூம்பு (அ) பனிக்கூழ் கூம்பு

5. சம ஆரத்தையும், உயரத்தையும் கொண்ட ஒரு கூம்பின் புறப்பரப்பை ஆரத்தின் வழியே எழுதுக.

விடை:

$$h = r,$$
$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r$$
$$\text{புறப்பரப்பு} = \pi r(l + r) = \pi r\left(\sqrt{2}r + r\right) = \pi r^2\left(\sqrt{2} + 1\right)$$

6. மேலே கூறப்பட்ட பரப்பைக் கூம்பின் அடிப்புறப் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.

விடை:

கூம்பின் அடிப்பரப்பு = πr^2

(5) ன் படி கூம்பின் புறப்பரப்பு

$= \left(\sqrt{2} + 1\right)\pi r^2 = \left(\sqrt{2} + 1\right)$ மடங்கு அதிகம்.

7. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 36 π ச.அலகுகள் எனில், ஆரத்தின் மதிப்பைக் காண்க.

விடை:

புறப்பரப்பு = 36 π

$4\pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$

8. ஒரு கோளத்தில் எத்தனை மீப்பெரு வட்டங்கள் உள்ளன?

விடை: இரு வட்டங்கள்

9. பூமியின் விட்டம் 12756 கி.மீ எனில், அதன் புறப்பரப்பைக் காண்க.

விடை:

பூமியின் விட்டம் = 12756 கி.மீ

ஆரம் $r = \frac{12756}{2} = 6378$ கி.மீ

www.nammakalvi.in

புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times (6378)^2$

$= \frac{3579741792}{7}$

$= 511391684.571$ ச. கி.மீ

10. ஒரு கோளத்தை அதன் சிறிய வட்டம் வழியே ஒரு தளத்தைக் கொண்டு வெட்டும்போது அரைக்கோளம் கிடைக்குமா?

விடை: இல்லை, கோளத்தை அதன் சிறிய வட்டம் வழியே வெட்டும்போது அரைக்கோளம் கிடைக்காது.

11. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு, அதன் அடிப்பரப்பின் எத்தனை மடங்காகும்?

விடை: 3 மடங்கு.

12. ஒரு கோளத்திலிருந்து எத்தனை அரைக்கோளங்கள் கிடைக்கும்?

விடை: 2 அரைக்கோளங்கள்.

13. கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவிலான ஏதேனும் இரு பொருட்களைக் குறிப்பிடுக.

விடை: வாளி, மேசை விளக்கு.

14. ஓர் அரைக்கோளத்தைக் கோளத்தின் இடைக் கண்டமாகக் கருத முடியுமா?

விடை: இல்லை.

பயிற்சி 7.1

1. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.

தீர்வு :

கொ.ப.: உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் ஆகியன 5:7 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன.

அதாவது $\frac{r}{h} = \frac{5}{7} \Rightarrow h = \frac{7r}{5}$

வளைபரப்பு = 5500 சதுர செ.மீ

$2\pi rh = 5500$

$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{7r}{5} = 5500$

$\Rightarrow r^2 = \frac{5500 \times 5}{2 \times 22}$

$\Rightarrow r^2 = 625 \Rightarrow r = 25$

$\therefore h = \frac{7(25)}{5} = 35$

ஆரம் = 25 செ.மீ; உயரம் = 35 செ.மீ

2. ஒரு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1848 ச.மீ மேலும் அதன் வளைபரப்பு, மொத்தப் புறப்பரப்பில் ஆறில் ஐந்து பங்காகும் எனில், இரும்பு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காணவும்.

தீர்வு :

கொ.ப.: உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = 1848 ச.மீ

அதாவது, $2\pi r\ (h + r) = 1848$

கொ.ப: வளைபரப்பு $= \frac{5}{6}$ (மொத்தப்புறப்பரப்பு)

வளைபரப்பு $= \frac{5}{6}(1848) = 1540$

வளைபரப்பு $= \frac{5}{6}$ (மொத்தப்புறப்பரப்பு)

$\Rightarrow 2\pi rh = \frac{5}{6}(2\pi r\ (h + r))$

$\Rightarrow h = 5r$

வளைபரப்பு = 1540

$2\pi rh = 1540$

$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 5r = 1540$

$r^2 = \frac{1540 \times 7}{44 \times 5} = 49$

$r = 7$

$\therefore h = 5r = 5(7) = 35$

ஆரம் = 7 மீ; உயரம் = 35 மீ

3. ஓர் உள்ளீடற்ற மர உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் மற்றும் நீளம் முறையே 16 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகும். அதன் தடிமன் 4 செ.மீ எனில் உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு எவ்வளவு?

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் R= 16 செ.மீ

நீளம் h = 13 செ.மீ

தடிமன் R – r = 4

$\Rightarrow 16 - r = 4$

r = 12 செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\pi (R+r)(R-r+h)$ ச. அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (16 + 12)(4 + 13)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 28 \times 17$

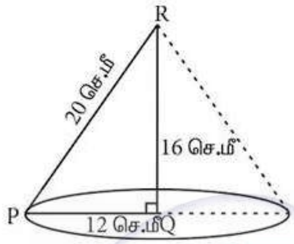
$= 2992$ ச. செ.மீ

4. PQR என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில் QR = 16 செ.மீ, PR = 20 செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 90^\circ$ ஆகும். QR மற்றும் PQ -ஐ மைய அச்சுகளாகக் கொண்டு சுழற்றும்போது உருவாகும் கூம்புகளின் வளைபரப்புகளை ஒப்பிடுக.

தீர்வு :

செங்கோண முக்கோணம் PQR- ல் Q என்பது செங்கோணம் மற்றும்
PR = 20 செ.மீ, QR = 16 செ.மீ எனவும் உள்ளது.

$$\therefore PQ^2 = PR^2 - QR^2$$
$$= (20)^2 - (16)^2$$
$$= 400 - 256 = 144$$
$$\therefore PQ = 12 \text{ செ.மீ}$$

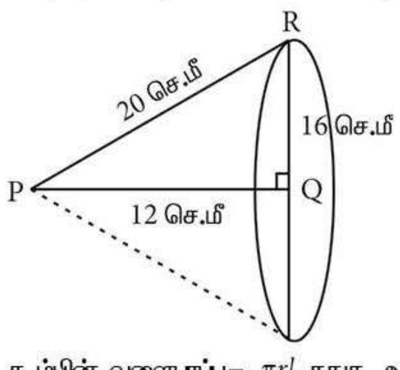


PQR என்ற செங்கோண முக்கோணத்தை, QR –ஐப் பொருத்து சுற்றும்போது PQ = 12 செ.மீ என்பதை ஆரமாகவும், PR = 20 செ.மீ என்பதை சாயுயரமாகவும் கொண்ட கூம்பு உருவாகிறது.

கூம்பின் வளைபரப்பு

$$= \pi rl \text{ சதுர அலகுகள்}$$
$$= \frac{22}{7} \times 12 \times 20 = 754.29 \text{ செ.மீ}^2$$

PQR என்ற செங்கோண முக்கோணத்தை PQ –ஐப் பொறுத்து சுற்றும்போது QR = 16 செ.மீ என்பதை ஆரமாகவும், PR = 20 செ.மீ என்பதை சாயுயரமாகவும் கொண்ட கூம்பு உருவாகிறது.



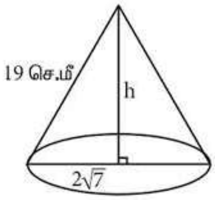
கூம்பின் வளைபரப்பு= πrl சதுர அகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times 16 \times 20 = 1005.71 \text{ செ.மீ}^2$$

எனவே, PQ ஐப் பொருத்து சுற்றும்போது உருவாகும் கூம்பின் வளைபரப்பு அதிகமாகும்.

5. சாயுயரம் 19 செ.மீ கொண்ட கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தில் நால்வர் உள்ளனர். ஒருவருக்கு 22 ச.செ.மீ பரப்பு தேவை எனில், கூடாரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு :



ஒவ்வொரு நபருக்கும் 22 செ.மீ^{2} பரப்பளவு தேவைப்படுகிறது.

$\therefore$ தேவைப்படும் பரப்பளவு = $22 \times 4 = 88$ செ.மீ^{2}

$$\Rightarrow \quad \pi r^2 = 88$$
$$r^2 = \frac{88 \times 7}{22} = 4 \times 7$$
$$r = 2\sqrt{7} \text{ செ.மீ}$$

சாயுயரம் = 19 செ.மீ

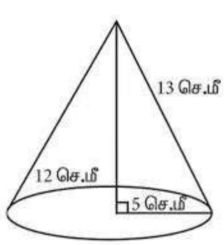
$\therefore$ கூடாரத்தின் உயரம்

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$
$$= \sqrt{(19)^2 - \left(2\sqrt{7}\right)^2}$$
$$= \sqrt{361 - 28} = \sqrt{330} \simeq 18.25 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore$ கூடாரத்தின் உயரம் = 18.25 செ.மீ

6. ஒரு சிறுமி தனது பிறந்த நாளைக் கொண்டாடக் கூம்பு வடிவத் தொப்பிகளை 5720 ச.செ.மீ பரப்புள்ள காகிதத்தாளை பயன்படுத்தித் தயாரிக்கிறாள். 5 செ.மீ ஆரமும், 12 செ.மீ உயரமும் கொண்ட எத்தனை தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்?

தீர்வு :



காகிதத்தாளின் பரப்பு = 5720 செ.மீ^{2}

தொப்பியின் ஆரம் r = 5 செ.மீ

தொப்பியின் உயரம் h = 12 செ.மீ

$$\therefore \text{சாயுயரம் } l = \sqrt{h^2 + r^2}$$
$$= \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25}$$
$$= \sqrt{169} = 13 \text{ செ.மீ}$$

கூம்பு வடிவத் தொப்பியின் வளைபரப்பு = πrl ச.அ

$$= \frac{22}{7} \times 5 \times 13 = \frac{1430}{7}$$

www.nammakalvi.in

∴ தொப்பிகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{காகிதத்தாளின் பரப்பு}}{\text{கூம்பு வடிவத் தொப்பியின் வளைபரப்பு}}$$

$$= \frac{5720}{1430} \times 7 = 28 \text{ தொப்பிகள்}$$

7. சம உயரங்களையுடைய இரு நேர்வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் 1 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. கூம்புகளின் உயரம் சிறிய கூம்பின் ஆரத்தின் மூன்று மடங்கு எனில், வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு :

இரு கூம்புகளின் ஆரங்களை r_1, r_2 எனவும் உயரங்களை h_1, h_2 எனவும் கொள்க.

கொ.ப.: ஆரங்களின் விகிதம் $= \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{r_2}{3}$

மற்றும் $h_1 = 3r_1, h_2 = 3r_1$

[∵ r_1 என்பது சிறிய கூம்பின் ஆரம்]

சாயுயரங்கள் $l_1 = \sqrt{h_1^2 + r_1^2}$

$$= \sqrt{9r_1^2 + r_1^2} = \sqrt{10}\ r_1$$

$$l_2 = \sqrt{h_2^2 + r_2^2} = \sqrt{9r_1^2 + 9r_1^2}$$

$$= \sqrt{18r_1^2} = 3\sqrt{2}\ r_1$$

வளைபரப்புகளின் விகிதம்

$$= \frac{\text{முதல் கூம்பின் வளைபரப்பு}}{\text{2-வது கூம்பின் வளைபரப்பு}}$$

$$= \frac{\pi r_1\ l_1}{\pi r_2\ l_2} = \frac{r_1\left(\sqrt{10}\ r_1\right)}{(3r_1)\left(3\sqrt{2}\ r_1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{9}$$

வளைபரப்புகளின் விகிதம் $= \sqrt{5} : 9$

8. ஒரு கோளத்தின் ஆரம் 25% அதிகரிக்கும்போது, அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம் காண்க.

தீர்வு :

கோளத்தின் ஆரத்தை 'r' செ.மீ என்க.

புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$

ஆரத்தை 25% அதிகரிக்கும்போது, அதன் புதிய விட்டம் $= r + 25\% (r)$

$$= r + \frac{25\,r}{100} = \frac{5r}{4}$$

புதிய கோளத்தின் புறப்பரப்பு

$$= 4\pi\left(\frac{5r}{4}\right)^2$$

$$= 4\pi\left(\frac{25r^2}{16}\right)$$

$$= \frac{25\,\pi r^2}{4}$$

புறப்பரப்பின் அதிகம் $= \frac{25\,\pi r^2}{4} - 4\pi r^2$

$$= \frac{25\pi r^2 - 16\pi r^2}{4}$$

$$= \frac{9\pi r^2}{4}$$

∴ அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம்

$$= \frac{9\pi r^2/4}{4\pi r^2} \times 100\%$$

$$= \frac{900}{16}\% = 56.25\%$$

9. உள்ளீடற்ற ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்திற்கு ஒரு சதுர செ.மீ –க்கு வர்ணம் பூச ₹ 0.14 வீதம் செலவாகும். அதன் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ எனில், அதனை முழுமையாக வர்ணம் பூச எவ்வளவு செலவாகும்?

தீர்வு :

உட்புற விட்டம் = 20 செ.மீ

வெளிப்புற விட்டம் = 28 செ.மீ

உட்புற ஆரம் = 10 செ.மீ

வெளிப்புற ஆரம் = 14 செ.மீ

மொத்தப்புறப்பரப்பு = $\pi(3R^2 + r^2)$ சதுர அலகுகள்

$$= \frac{22}{7}(3(14)^2 + (10)^2)$$

$$= \frac{22}{7}[588 + 100]$$

$$= \frac{22}{7} \times 688$$

$$= \frac{15136}{7} \text{ செ.மீ}^2$$

ஒரு சதுர செ.மீ க்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = ₹ 0.14

∴மொத்தச் செலவு $= \frac{15136}{7} \times 0.14$

= ₹ 302.72

www.nammakalvi.in

10. ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல்பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ₹ 2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

படத்திலிருந்து $r = 6$ செ.மீ

$R = 12$ செ.மீ

$h = 8$ செ.மீ

$$l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + (12-6)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 36}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ செ.மீ}$$

வர்ணம் பூச வேண்டிய பரப்பு = வளைபரப்பு + மேற்புற வட்டப் பகுதியின் பரப்பு

$$= \pi(R+r)l + \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7}(12+6)(10) + \frac{22}{7}(6)^2$$

$$= \frac{22}{7}(180) + \frac{22}{7}(36)$$

$$= \frac{22}{7}(180+36)$$

$$= \frac{22}{7}(216)$$

$$= \frac{4752}{7} \simeq 678.86$$

ஒரு சதுர செ.மீ க்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = ₹ 2

∴ மொத்தச் செலவு = 678.86×2

= ₹ 1357.72

கன அளவு

நினைவில் கொள்க

ஒரு பொருள் ஆக்கிரமித்துள்ள வெளியின் அளவே அதன் கனஅளவு எனப்படும். கன அளவை 'கன அலகுகள்' எனும் அலகால் குறிக்கிறோம்.

- உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$ கன அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு = $\pi(R^2 - r^2)h$ கன அலகுகள்
- கூம்பின் கன அளவு = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்
- கோளத்தின் கன அளவு = $\frac{4}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு = $\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ கன அலகுகள்
- திண்ம அரைக்கோளத்தின் கன அளவு = $\frac{2}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு = $\frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$ கன அலகுகள்
- இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு = $\frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$ கன அலகுகள்

www.nammakalvi.in

எடுத்துக்காட்டு

7.15 **உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 ச.மீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கனஅளவைக் காண்க.**

தீர்வு :

உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் முறையே r மற்றும் h என்க.

இங்கு, உயரம் h = 2 மீ, அடிப்பரப்பு = 250 ச.மீ

உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$ க.அ

= அடிப்பரப்பு × h

= 250 × 2 = 500 மீ³

எனவே, உருளையின் கனஅளவு = 500 க.மீ

7.16 **ஓர் உருளை வடிவ தண்ணீர் தொட்டியின் கன அளவு 1.078×10^6 லிட்டர் ஆகும். தொட்டியின் விட்டம் 7 மீ எனில், அதன் உயரம் காண்க.**

தீர்வு :

r மற்றும் h என்பன முறையே உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

தொட்டியின் கன அளவு $= 1.078 \times 10^6 = 1078000$ லி

= 1078 மீ³

(ஏனெனில் 1 லிட்டர் $= \frac{1}{1000}$ மீ³)

இங்கு, விட்டம் = 7 மீ எனில், ஆரம் $= \frac{7}{2}$ மீ

தொட்டியின் கன அளவு = $\pi r^2 h$ க.அ

$$1078 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times h \Rightarrow h = 28$$

ஆகவே, தொட்டியின் உயரம் 28 மீ ஆகும்.

7.17 **ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 9 செ.மீ, 21 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ ஆகும். உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவைக் காண்க.**

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற ஆரம் மற்றும் வெளிப்புற ஆரம் முறையே h, r மற்றும் R என்க.

இங்கு, r = 21செ.மீ, R = 28 செ.மீ, h = 9 செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு

$= \pi (R^2 - r^2) h$ க.அ

$= \frac{22}{7}(28^2 - 21^2) \times 9$

$= \frac{22}{7}(784 - 441) \times 9 = 9702$

ஆகவே, தேவையான இரும்பின் கன அளவு

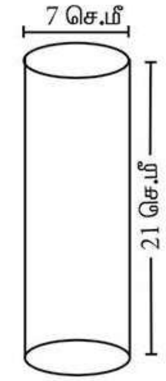
= 9402 க.செ.மீ

7.18 **படத்தில் உள்ள உருளை A மற்றும் B -ல்**

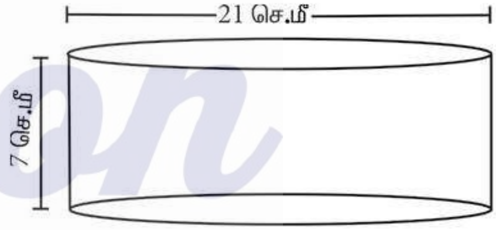
(i) எந்த உருளையின் கன அளவு அதிகமாக இருக்கும்?

(ii) அதிகக் கன அளவு கொண்ட உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு அதிகமாக இருக்குமா எனச் சோதிக்க.

(iii) உருளை A மற்றும் B -ன் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.



உருளை A



உருளை B

தீர்வு :

(i) உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$ க.அ

உருளை A -ன் கன அளவு

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 21 = 808.5$ செ.மீ³

உருளை B -ன் கன அளவு

$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times 7 = 2425.5$ செ.மீ³

ஆகவே, உருளை B -ன் கன அளவு உருளை A-ன் கன அளவை விட அதிகம் ஆகும்.

(ii) உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 2\pi r\,(h + r)$ ச.அ

உருளை A -ன் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times (21 + 3.5)$ செ.மீ²

= 539 செ.மீ²

உருளை B -ன் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times (7 + 10.5)$

= 1155 செ.மீ²

www.nammakalvi.in

ஆகவே, கன அளவு அதிகம் கொண்ட உருளை B -ன் மொத்தப் புறப்பரப்பு அதிகமாக உள்ளது.

(iii) $\dfrac{\text{உருளை } A-\text{ன் கன அளவு}}{\text{உருளை } B-\text{ன் கன அளவு}}$

$$= \frac{808.5}{2425.5} = \frac{1}{3}$$

ஆகவே, உருளை A மற்றும் B-ன் கன அளவுகளின் விகிதம் 1 : 3.

7.19 ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

தீர்வு :

கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம் h மற்றும் r என்க.

இங்கு,

h = 24 செ.மீ, கன அளவு = 11088 க.செ.மீ

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 11088$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 11088$$

$$r^2 = 441$$

ஆகவே, கூம்பின் ஆரம் r = 21 செ.மீ

7.20 இரு கூம்புகளுடைய கன அளவுகளின் விகிதம் 2 : 3 ஆகும். இரண்டாம் கூம்பின் உயரம் முதல் கூம்பின் உயரத்தைப் போல் இரு மடங்கு எனில், அவற்றின் ஆரங்களின் விகிதம் காண்க

தீர்வு :

r_1 மற்றும் h_1 என்பன முதல் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க. r_2 மற்றும் h_2 என்பன இரண்டாம் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு $h_2 = 2h_1$ மற்றும்

$$\frac{\text{முதல் கூம்பின் கனஅளவு}}{\text{இரண்டாம் கூம்பின் கனஅளவு}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} \times \frac{h_1}{2h_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

ஆகவே, ஆரங்களின் விகிதம் = $2 : \sqrt{3}$

7.21 ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு 29106 க.செ.மீ. மூன்றில் இரண்டு பங்கு கன அளவுள்ள மற்றோர் அரைக்கோளம் இதிலிருந்து செதுக்கப்படுமானால் புதிய அரைகோளத்தின் ஆரம் என்ன?

தீர்வு :

r என்பது செதுக்கப்பட்ட அரைக்கோளத்தின் ஆரம் என்க.

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு = 29106 க.செ.மீ

புதிய அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

$= \frac{2}{3} \times$ (முந்தைய அரைக்கோளத்தின் கன அளவு)

$$= \frac{2}{3} \times 29106$$

புதிய அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு

= 19404 க.செ.மீ

$$\frac{2}{3}\pi r^3 = 19404$$

$$r^3 = \frac{19404 \times 3 \times 7}{2 \times 22} = 9261$$

$$r = \sqrt[3]{9261} = 21 \text{ செ.மீ}$$

ஆகவே, புதிய அரைக்கோளத்தின் ஆரம் 21 செ.மீ ஆகும்.

7.22 ஓர் உள்ளீடற்ற பித்தளை கோளத்தின் உள்விட்டம் 14 செ.மீ, தடிமன் 1 மி.மீ மற்றும் பித்தளையின் அடர்த்தி 17.3 கிராம்/க.செ.மீ எனில், கோளத்தின் எடையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

r, R என்பன முறையே உள்ளிடற்ற கோளத்தின் உள் ஆரம் மற்றும் வெளி ஆரம் என்க.

இங்கு, உள்விட்டம் d = 14 செ.மீ

உள்ஆரம் r = 7 செ.மீ

தடிமன் = 1 மி.மீ = $\frac{1}{10}$ செ.மீ

வெளிஆரம் R = $7 + \frac{1}{10} = \frac{71}{10} = 7.1$ செ.மீ

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு

$= \frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3)$ க. அ

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}$ (357.91 – 343) = 62.48 க.செ.மீ

ஆனால் 1 க.செ.மீ பித்தளையின் எடை = 17.3 கி

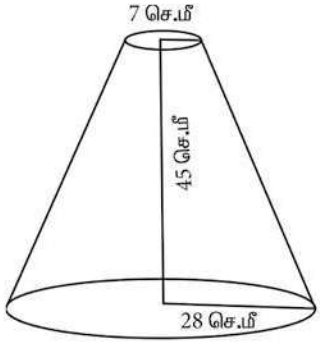
மொத்த எடை = 17.3 × 62.48 = 1080.90 கி.

எனவே, மொத்த எடை = 1080.90 கிராம் ஆகும்.

www.nammakalvi.in

7.23 **45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க.**

தீர்வு :



இடைக்கண்டத்தின் உயரம் h எனவும் அதன் இருபுற ஆரங்கள் R மற்றும் r எனவும் கொள்க.
இங்கு, h = 45 செ.மீ, R = 28 செ.மீ, r = 7 செ.மீ
எனவே, இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi h [R^2 + Rr + r^2] \text{ க.அ}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times [28^2 + (28 \times 7) + 7^2] \times 45$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1029 \times 45 = 48510$$

எனவே இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு

= 48510 க.செ.மீ

முன்னேற்றச் சோதனை

1. ஒரு கூம்பின் கன அளவு என்பது அதன் அடிப்புறப்பரப்பு மற்றும் _____ ன் பெருக்கற்பலன் ஆகும்.

விடை: $\frac{1}{3}$ மடங்கு உயரம்

2. ஒரு கூம்பின் ஆரம் இரு மடங்கானால் அதன் கனஅளவு _____ மடங்காகும்.

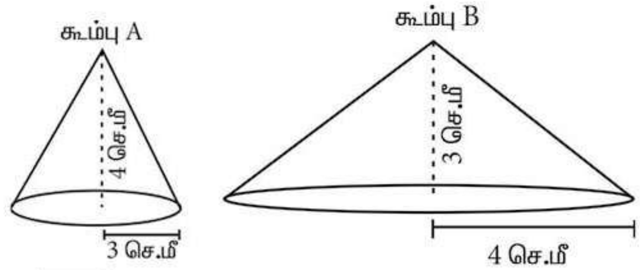
விடை: 4 மடங்கு

3. படத்தில் உள்ள கூம்புகளைக் கருதுக.

(i) கணக்கீடுகள் செய்யாமல் எந்தக் கூம்பின் கன அளவு அதிகம் எனக் காண்க

(ii) அதிகக் கன அளவு உடைய கூம்பின் புறப்பரப்பு அதிகம் என்பதைச் சரிபார்க்க.

(iii) கூம்பு A-ன் கன அளவு : கூம்பு B -ன் கன அளவு = ?



விடை:

(i) கூம்பு B –ன் ஆரம் அதிகம் என்பதால் அதன் கன அளவும் அதிகமாகும்.

(ii) கூம்பு A ன் கன அளவு கூம்பு B ன் கன அளவு

$= \frac{1}{3}\pi(3)^2(4)$ $\quad = \frac{1}{3}\pi(4)^2(3)$

$= 12\pi$ $\quad = 16\pi$

கூம்பு A ன் புறப்பரப்பு	**கூம்பு B –ன் புறப்பரப்பு**
மொத்தப் புறப்பரப்பு	மொத்தப் புறப்பரப்பு
$= \pi r(l + r)$	$= \pi(4)(5 + 4)$
$= \pi(3)(5 + 3)$	$= 36\pi$
$= 24\pi$	

கூம்பு B ன் புறப்பரப்பு > கூம்பு A –ன் புறப்பரப்பு

(iii) $\dfrac{\text{கூம்பு A ன் கன அளவு}}{\text{கூம்பு B ன் கன அளவு}} = \dfrac{12\pi}{16\pi} = 3 : 4$

4. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு மற்றும் புறப்பரப்பு ஆகியவற்றின் விகிதம் என்ன?

விடை: $\dfrac{\text{கோளத்தின் கனஅளவு}}{\text{கோளத்தின் புறப்பரப்பு}} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = r : 3.$

5. ஓர் அரைக்கோளத்தின் உயரம் மற்றும் ஆரத்திற்கு இடையேயுள்ள தொடர்பு _____ ஆகும்.

விடை: உயரம் = ஆரம்

6. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு என்பது அதன் புறப்பரப்பு மற்றும் _____ ன் பெருக்கற்பலன் ஆகும்.

விடை: ஆரத்தின் மூன்றில் ஒரு பங்கு

சிந்தனைக் களம்

1. ஓர் உருளையின் உயரம் அதன் ஆரத்தின் வர்க்கத்தோடு எதிர் விகிதத் தொடர்பு உடையது எனில், அதன் கன அளவு _____ ஆகும்.

விடை: உயரம் $\alpha \dfrac{1}{(\text{ஆரம்})^2}$

உயரம் $= k\left(\dfrac{1}{(\text{ஆரம்})^2}\right)$ [∵ k – மாறிலி]

www.nammakalvi.in

$$\text{கன அளவு} = \pi r^2 h$$
$$= \pi r^2 \left(\frac{k}{r^2}\right) = k\pi$$

2. 'r' ஆரமும் 'h' உயரமும் உடைய ஒரு உருளையின் கன அளவை, அதன்
(அ) ஆரம் பாதியாகும்போது காண்க.
(ஆ) உயரம் பாதியாகும்போது காண்க.

விடை: (அ) ஆரம் பாதியாகும்போது, ஆரம் $\frac{r}{2}$, உயரம் h

$$\text{கன அளவு} = \pi r^2 h = \pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 h = \frac{\pi r^2 h}{4}$$
$$= \frac{1}{4} \text{ (உண்மையான உருளையின் கனஅளவு)}$$

(ஆ) உயரம் பாதியாகும்போது, அதன் உயரம் = $\frac{h}{2}$

$$\text{கன அளவு} = \pi r^2 \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{\pi r^2 h}{2}$$
$$= \frac{1}{2} \text{ (உண்மையான உருளையின் கனஅளவு).}$$

3. கீழ்க்கண்டவைகள் சமமாக அமையுமாறு ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பைக் காண முடியுமா?
(i) உயரம் மற்றும் சாயுயரம்
(ii) ஆரம் மற்றும் சாயுயரம்
(iii) உயரம் மற்றும் ஆரம்

விடை:

(i) உயரம் = சாயுயரம்
அதாவது, $h = l \Rightarrow$ கூம்பு சாத்தியமல்ல

(ii) $r = l \Rightarrow$ கூம்பு சாத்தியமல்ல

(iii) $h = r \Rightarrow$ கூம்பு சாத்தியமானது

4. இரு கூம்புகளின் கன அளவுகள் சமம் எனில், அவற்றின் ஆரம் மற்றும் உயரம் ஆகியவற்றின் விகிதம் காண்க.

விடை: ஆரங்களின் விகிதமும் உயரங்களின் விகிதமும் ஒன்றானது.

5. ஒரு கூம்பு, ஓர் அரைக்கோளம் மற்றும் ஓர் உருளை ஆகியவற்றின் அடிப்புறப் பரப்புகள் சமம் ஆகும். உருளை மற்றும் கூம்பின் உயரங்கள் ஆரத்துக்குச் சமம் எனில், இவை மூன்றின் கன அளவுகள் சமமா?

விடை: இல்லை.

6. கோளம் மற்றும் அரைக்கோள வடிவில் உள்ள ஏதேனும் இரு பொருட்களைக் குறிப்பிடுக.

விடை: கோளம் – பூமிப்பந்து, பந்து
அரைக்கோளம் – மூளையின் இடது பக்கம்

7. ஒரு கோளத்தின் மீப்பெரு வட்டத்தின் வழியாகச் செல்லும் தளம் கோளத்தை ______ பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்.

விடை: இரண்டு பகுதிகள்.

8. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு மற்றும் புறப்பரப்பு ஆகியவை சம அளவில் இருக்குமெனில், கோளத்தின் ஆரம் ______.

விடை: $\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2 \Rightarrow r = 3.$

9. ஒரு கூம்பின் இடைக் கண்டத்தின் கன அளவைக் கொண்டு முழுக் கூம்பின் கன அளவைக் காண முடியுமா?

விடை: சாத்தியமற்றது.

பயிற்சி 7.2

1. 10 மீ உட்புற விட்டம் மற்றும் 14 மீ ஆழம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவக் கிணற்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு 5 மீ அகலத்தில் கிணற்றைச் சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது எனில், மேடையின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

கிணற்றின் ஆரம் = 5மீ
கிணற்றின் ஆழம் = 14 மீ

எடுக்கப்பட்ட மண்ணின் கன அளவு

$$= \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times (5)^2 \times 14 = 1100 \text{ மீ}^3$$

எடுக்கப்பட்ட மண்ணைக் கொண்டு கிணற்றைச் சுற்றி உள்ளீடற்ற உருளை வடிவத்தில் மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

உட்புற ஆரம் = 5 மீ
மேடையின் அகலம் = 5 மீ
∴ வெளிப்புற ஆரம் = 5 + 5 = 10 மீ
உயரம் = h

உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு

$$= \pi h (R^2 - r^2)$$
$$\therefore \pi h (R^2 - r^2) = 1100$$
$$\frac{22}{7} \times h (10^2 - 5^2) = 1100$$

மேடையின் உயரம்

$$h = \frac{1100 \times 7}{22 \times 75} = 4.67 \text{ மீ}$$

www.nammakalvi.in

2. விட்டம் 20 செ.மீ உள்ள ஓர் உருளை வடிவக் கண்ணாடிக் குவளையில் 9 செ.மீ உயரத்திற்கு நீர் உள்ளது. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ உடைய ஓர் சிறிய உலோக உருளை, நீரில் முழுமையாக மூழ்கும்போது ஏற்படும் நீரின் உயர்வைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

கண்ணாடிக் குவளையின் விட்டம் = 20 செ.மீ

∴ ஆரம் = 10 செ.மீ

தண்ணீர் உள்ள உயரம் = 9 செ.மீ

உலோக உருளையின் ஆரம் = 5 செ.மீ

உலோக உருளையின் உயரம் = 4 செ.மீ

வெளியேற்றப்பட்ட நீரின் கனஅளவு = உலோக உருளையின் கனஅளவு

$$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$$

$$(10)^2 h_1 = (5)^2 (4)$$

$$h_1 = \frac{100}{100} = 1 \text{ செ.மீ}$$

எனவே, நீரில் ஏற்படும் உயர்வு 1 செ.மீ.

3. 484 செ.மீ சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக்கூம்பின் உயரம் 105 செ.மீ எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு :

கொ.ப.: சுற்றளவு = 484 செ.மீ

$$2\pi r = 484$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 484$$

$$r = \frac{484 \times 7}{44} = 77 \text{ செ.மீ}$$

உயரம் h = 105 செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 77 \times 77 \times 105$$

$$= 652190 \text{ செ.மீ}^3$$

4. ஆரம் 10 மீட்டரும், உயரம் 15 மீட்டரும் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவக் கொள்கலன் முழுமையாகப் பெட்ரோலால் நிரம்பியுள்ளது. நிமிடத்திற்கு 25 கன மீட்டர் பெட்ரோல் கொள்கலனின் அடிப்புறம் வழியாக வெளியேற்றப்பட்டால் எத்தனை நிமிடங்களில் கொள்கலன் காலியாகும்? விடையை நிமிடத் திருத்தமாகத் தருக.

தீர்வு :

கூம்பு வடிவக் கொள்கலனின் ஆரம் = 10 மீ

கூம்பு வடிவக் கொள்கலனின் உயரம் = 15 மீ

$$\text{கன அளவு} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times 15$$

$$= \frac{11000}{7} \text{ மீ}^3$$

பெட்ரோலானது நிமிடத்திற்கு 25 க.மீ என வெளியேற்றப்படுகிறது.

∴ கொள்கலன் காலியாகத் தேவைப்படும் நேரம்

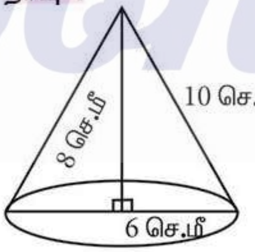
$$= \frac{\frac{11000}{7}}{25}$$

$$= \frac{11000}{7 \times 25} = 62.85$$

$\simeq$ 63 நிமிடங்கள் (தோராயமாக)

5. 6 செ.மீ, 8 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அதன் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களை மைய அச்சுகளாகக் கொண்டு சுழற்றும்போது ஏற்படும் திண்மங்களின் கன அளவுகளின் வித்தியாசம் காண்க.

தீர்வு :



ஒரு செங்கோண முக்கோணம், செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களில் ஒன்றைப் பற்றிச் சுழலும்போது, கூம்பு உருவாகிறது.

இப்போது,

கூம்பின் ஆரம் = 6 செ.மீ

கூம்பின் உயரம் = 8 செ.மீ

சாயுயரம் = 10 செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 8$$

$$= \frac{22 \times 12 \times 8}{7} = 301.71 \text{ செ.மீ}^3$$

இப்போது, செங்கோண முக்கோணம் 8 செ. மீ நீளமுள்ள பக்கத்தைப் பற்றிச் சுழலுகிறது

∴ ஆரம் = 8 செ.மீ

உயரம் = 6 செ.மீ

சாயுயரம் = 10 செ.மீ

www.nammakalvi.in

கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (8)^2 \times 6$

$= \frac{2816}{7} = 402.29$ செ.மீ³

கன அளவுகளின் வேறுபாடு

$= 402.29 - 301.71$

$= 100.58$ செ.மீ³

6. சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கன அளவுகள் 3600 க.செ.மீ மற்றும் 5040 க.செ.மீ எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு : r_1, r_2 என்பன இரு கூம்புகளின் ஆரங்கள் என்க.

கொடுக்கப்பட்டது: $r_1 = r_2$ மற்றும் h_1, h_2 என்பன கூம்புகளின் உயரங்கள்.

V_1 = முதல் கூம்பின் கன அளவு

$= \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{\pi}{3} r_1^2 h_1$

$= 3600$ செ.மீ³

V_2 = 2 –வது கூம்பின் கன அளவு

$= \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = 5040$ செ.மீ³

இப்போது, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3600}{5040} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{3} r_1^2 h_1}{\frac{\pi}{3} r_2^2 h_2} = \frac{3600}{5040}$

$[\because r_1 = r_2]$

$\therefore$ உயரங்களின் விகிதம் $\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{7} = 5 : 7$

7. இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4:7 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு :

r_1, r_2 என்பன இரு கோளங்களின் ஆரங்கள் என்க.

கொ.ப: $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{7} \Rightarrow r_1 = \frac{4r_2}{7}$

கன அளவுகளின் விகிதம் $= \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$

$= \frac{\left(\frac{4r_2}{7}\right)^3}{r_2^3} = \frac{4^3}{7^3}$

கன அளவுகளின் விகிதம்

$V_1 : V_2 = 64 : 343$

8. ஒரு திண்மக் கோளம் மற்றும் திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு சமமானதாக இருக்குமானால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் $3\sqrt{3} : 4$ என நிரூபி.

தீர்வு :

r_1 , r_2 என்பன முறையே கோளம் மற்றும் அரைக்கோளத்தின் ஆரங்கள் என்க.

கொடுக்கப்பட்டது: கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$4\pi r_1^2 = 3\pi r_2^2$

$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

கன அளவுகளின் விகிதம் : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{2}{3}\pi r_2^3}$

$= 2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$

$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$= \frac{3\sqrt{3}}{4}$

கன அளவுகளின் விகிதம் $= 3\sqrt{3} : 4$

9. ஓர் உள்ளீடற்ற தாமிரக் கோளத்தின் வெளிப்புற, உட்புறப் புறப்பரப்புகள் முறையே $576\,\pi$ ச.செ.மீ மற்றும் $324\,\pi$ ச.செ.மீ எனில், கோளத்தை உருவாக்கத் தேவையான தாமிரத்தின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு :

R, r என்பன முறையே கோளத்தின் வெளிப்புற மற்றும் உட்புற ஆரங்கள் என்க.

கொ.ப: வெளிப்புறப் பரப்பு = $576\,\pi$ செ.மீ²

$4\pi R^2 = 576\,\pi$

$R^2 = 144$

$R = 12$ செ.மீ

உட்புறப் பரப்பு = $324\,\pi$ செ.மீ²

$4\pi r^2 = 324\,\pi$

$r^2 = 81$

$r = 9$ செ.மீ

தேவைப்படும் தாமிரத்தின் கன அளவு

$= \frac{4}{3}\pi (R^3 - r^3)$ கன அலகுகள்

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (12^3 - 9^3)$

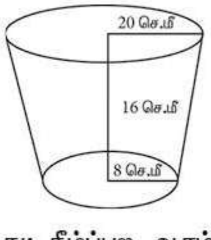
www.nammakalvi.in

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 999$

$= 4186.285 \simeq 4186.29$ செ.மீ^{3}

10. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ₹40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க.

தீர்வு :



கொடுக்கப்பட்டது: கீழ்ப்புற ஆரம் r = 8 செ.மீ

மேற்புற ஆரம் R = 20 செ.மீ

உயரம் h = 16 செ.மீ

கன அளவு $= \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$ கனஅலகுகள்

$= \frac{22 \times 16}{7 \times 3}\left((20)^2 + (20)(8) + (8)^2\right)$

$= \frac{22 \times 16}{21}[400 + 160 + 64]$

$= \frac{22 \times 16}{21}(624)$

$= 10459.43$ செ.மீ^{3}

$= \frac{10459.43}{1000}$ [$\because$ 1000 செ.மீ^{3} = 1 லி]

= 10.45943 லிட்டர்

ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை = ₹ 40

$\therefore$ மொத்த விலை $= 10.459 \times 40$

= ₹ 418.36

இணைந்த உருவங்களின் கன அளவு மற்றும் புறப்பரப்பு

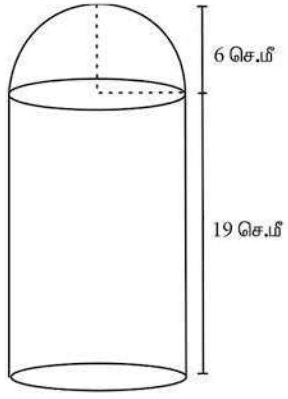
நினைவில் கொள்க

- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட திண்மங்களை இணைப்பதன் மூலம் கிடைக்கும் ஒரு திண்மம் "இணைந்த உருவம்" எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு

7.24 ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செ.மீ ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செ.மீ எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :



r மற்றும் h என்பன முறையே உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு விட்டம் d = 12 செ.மீ

அதாவது, ஆரம் r = 6 செ.மீ

மொத்த உயரம் h = 25 செ.மீ

எனவே, உருளையின் உயரம் = 25 – 6 = 19 செ.மீ

பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = உருளையின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு + உருளையின் அடிப்பரப்பு

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2$

$= \pi r(2h + 3r)$ ச.அ

$= \frac{22}{7} \times 6 \times (38 + 18)$

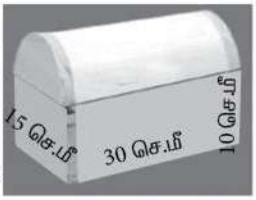
$= \frac{22}{7} \times 6 \times 56 = 1056$

ஆகவே, பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1056 ச.செ.மீ ஆகும்.

7.25 ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் மீது அரை உருளை உள்ளவாறு ஒரு நகைப்பெட்டி உள்ளது. கனச் செவ்வகத்தின் பரிமாணங்கள் 30 செ.மீ × 15 செ.மீ × 10 செ.மீ எனில், நகைப்பெட்டியின் கன அளவு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

www.nammakalvi.in

தீர்வு :



கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே l, b மற்றும் h_1 என்க.

உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் முறையே r மற்றும் h_2 என்க.

பெட்டியின் கன அளவு

= கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவு $+\frac{1}{2}$ (உருளையின் கன அளவு)

$$= (l \times b \times h_1) + \frac{1}{2}\left(\pi r^2 h_2\right) \text{ க.அ}$$

$$= (30 \times 15 \times 10) + \frac{1}{2}\left(\frac{22}{7} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} \times 30\right)$$

$$= 4500 + 2651.79 = 7151.79$$

ஆகவே, பெட்டியின் கன அளவு 7151.79 க.செ.மீ ஆகும்.

பெட்டியின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

= கனச்செவ்வகத்தின் பக்கப்பரப்பு $+\frac{1}{2}$ (உருளையின் வளைபரப்பு) + கனச்செவ்வகத்தின் அடிப்பரப்பு

$$= \left[2\,(l + b)h_1 + \frac{1}{2}(2\pi r h_2) + l \times b\right] \text{ ச.அ}$$

$$= 2(45 \times 10) + \left(\frac{22}{7} \times \frac{15}{2} \times 30\right) + 30 \times 15$$

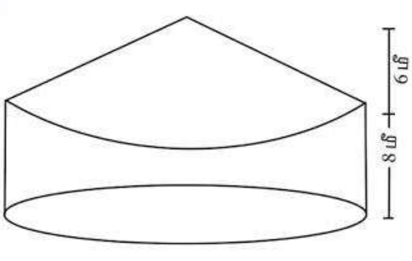
$$= 900 + 707.14 + 450 = 2057.14$$

ஆகவே, பெட்டியின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

= 2057.14 ச.செ.மீ

7.26 **அருள் தனது குடும்ப விழாவிற்கு 150 நபர்கள் தங்குவதற்கு ஒரு கூடாரம் அமைக்கிறார். கூடாரத்தின் அடிப்பகுதி உருளை வடிவிலும் மேற்பகுதி கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. ஒருவர் தங்குவதற்கு 4 ச.மீ அடிப்பகுதி பரப்பும் 40 க.மீ காற்றும் தேவைப்படுகிறது. கூடாரத்தில் உருளையின் உயரம் 8 மீ எனில், கூம்பின் உயரம் காண்க.**

தீர்வு :



உருளை மற்றும் கூம்பின் உயரம் முறையே h_1 மற்றும் h_2 என்க.

இங்கு, ஒருவருக்கு தேவையான பரப்பு = 4 ச.மீ.

நபர்களின் எண்ணிக்கை = 150

தேவையான மொத்த அடிப்பரப்பு = 150×4

$$\pi r^2 = 600$$

$$r^2 = 600 \times \frac{7}{22} = \frac{2100}{11} \quad \dots (1)$$

ஒருவருக்குத் தேவையான காற்றின் கன அளவு = 40 க.மீ.

150 நபர்களுக்குத தேவையான காற்றின் கன அளவு = $150 \times 40 = 6000$ க.மீ.

$$\pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2 = 6000$$

$$\pi r^2\left(h_1 + \frac{1}{3}h_2\right) = 6000$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{2100}{11}\left(8 + \frac{1}{3}h_2\right) = 6000 \quad [(1) \text{ ஐப் பிரதியிட}]$$

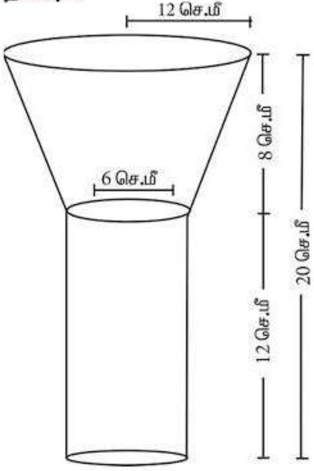
$$8 + \frac{1}{3}h_2 = \frac{6000 \times 7 \times 11}{22 \times 2100}$$

$$\frac{1}{3}h_2 = 10 - 8 = 2;\ h_2 = 6$$

ஆகவே, கூம்பின் உயரம் 6 மீ ஆகும்.

7.27 **ஓர் உருளையின் மீது ஓர் இடைக்கண்டம் இணைந்தவாறு அமைந்த ஒரு புனலின் (funnel) மொத்த உயரம் 20 செ.மீ. உருளையின் உயரம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 12 செ.மீ ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் மேற்புற விட்டம் 24 செ.மீ எனில், புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பைக் கணக்கிடுக.**

தீர்வு :



h_1 மற்றும் h_2 என்பன முறையே இடைக்கண்டம் மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க.

R மற்றும் r என்பன இடைக்கண்டத்தின் மேல் மற்றும் கீழ்ப்புற ஆரங்கள் என்க.

இங்கு R = 12 செ.மீ, r = 6 செ.மீ, h_2 = 12 செ.மீ, h_1 = 20 − 12 = 8 செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம்

$$l = \sqrt{(R-r)^2 + h_1^2} \text{ அலகுகள்}$$

$$= \sqrt{36+64}$$

$$l = 10 \text{ செ.மீ}$$

வெளிப்புறப் பரப்பு = $2\pi r h_2 + \pi(R+r)\,l$ ச.அ

$$= \pi\left[2rh_2 + (R+r)l\right]$$

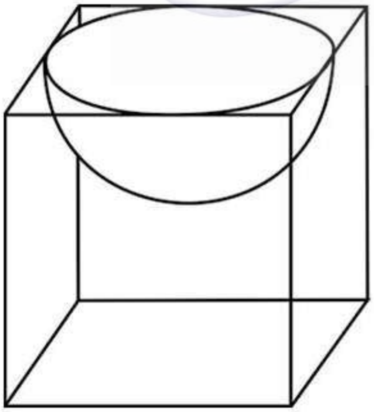
$$= \pi\left[(2\times 6\times 12) + (18\times 10)\right]$$

$$= \pi\ [144+180]$$

$$= \frac{22}{7}\times 324 = 1018.28$$

எனவே, புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பு 1018.28 ச.செ.மீ ஆகும்.

7.28 கனச்சதுரத்தின் ஒரு பகுதியில் *l* அலகுகள் விட்டமுள்ள (கனசதுரத்தின் பக்கஅளவிற்குச் சமமான) ஓர் அரைக்கோளம் (படத்தில் உள்ளதுபோல) வெட்டப்பட்டால், மீதமுள்ள திண்மத்தின் புறப்பரப்பைக் காண்க.



தீர்வு :

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் r என்க.

இங்கு, அரைகோளத்தின் விட்டம் = கனச்சதுரத்தின் ஒரு பக்கம் = l ஆகும்.

ஆரம் r = $\frac{l}{2}$ அலகு

தற்போது, மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்தப்பரப்பு = கனச்சதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு + அரைக் கோளத்தின் வளைபரப்பு − அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு

$$= 6\times(\text{பக்கம்})^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$$

$$= 6\times(\text{பக்கம்})^2 + \pi r^2$$

$$= 6\times(l)^2 + \pi\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(24+\pi)l^2$$

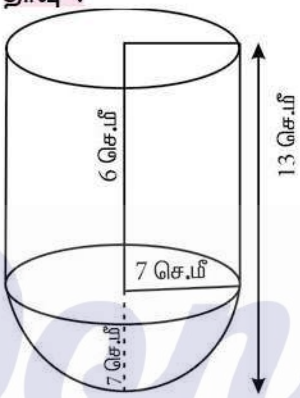
ஆகவே, மீதமுள்ள திண்மத்தின் புறப்பரப்பு

$$= \frac{1}{4}(24+\pi)l^2 \text{ ச.அ}$$

பயிற்சி 7.3

1. ஒரு அரைக்கோளத்தின் மேல் ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையைப் பொருத்திய வடிவத்தில் அமைந்த ஒரு கிண்ணத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ மற்றும் உயரம் 13 செ.மீ எனில், அதன் கொள்ளளவைக் காண்க.

தீர்வு :



கிண்ணத்தின் விட்டம் = 14 செ.மீ

ஆரம் r = 7 செ.மீ

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

$$= \frac{2}{3}\pi r^3 \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 7$$

$$= \frac{2156}{3} = 718.67 \text{ செ.மீ}^3$$

உருளையின் ஆரம்

'r' = 7 செ.மீ

உயரம் 'h' = 6 செ.மீ

உருளையின் கன அளவு

$$= \pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7}\times 7\times 7\times 6$$

$$= 924 \text{ செ.மீ}^3$$

∴ கிண்ணத்தின் கொள்ளளவு = அரைக்கோளத்தின் கன அளவு + உருளையின் கன அளவு

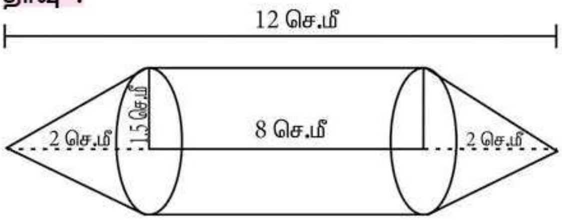
$$= 718.67 + 924$$

$$= 1642.67 \text{ செ.மீ}^3$$

www.nammakalvi.in

2. நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரமும் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு :



படத்திலிருந்து உருளையின் ஆரம் $= \frac{3}{2} = 1.5$ செ.மீ

உயரம் $=$ 8 செ.மீ

உருளையின் கன அளவு

$= \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 8$

கூம்பின் ஆரம் $= 1.5$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம் $= 2$ செ.மீ

இரு கூம்புகளின் கன அளவு

$= 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$ கன அலகுகள்

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 2$

$\therefore$ மாதிரியின் கன அளவு = உருளையின் கனஅளவு + இரு கூம்புகளின் கன அளவு

$= \frac{22}{7} \times (1.5)^2 \left[8 + \frac{4}{3}\right]$

$= \frac{22}{7} \times 2.25 \times \frac{28}{3}$

$= \frac{1386}{21} = 66$ செ.மீ^{3}

3. உயரம் 2.4 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 1.4 செ.மீ கொண்ட ஒரு திண்ம உருளையில் இருந்து அதே விட்டமும் உயரமும் உள்ள ஒரு கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு எவ்வளவு கன செ.மீ ஆகும்?

தீர்வு : திண்ம உருளையின் விட்டம் $= 1.4$ செ.மீ

திண்ம உருளையின் ஆரம் $= \frac{1.4}{2} = 0.7$ செ.மீ

திண்ம உருளையின் உயரம் $= 2.4$ செமீ

உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$ கனஅலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times 2.4$

கூம்பின் ஆரம் $= 0.7$ செமீ

கூம்பின் உயரம் $= 2.4$ செமீ

கூம்பின் கன அளவு$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கனஅலகுகள்

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times 2.4$

$\therefore$ மீதமுள்ள திண்மத்தின் கன அளவு
= உருளையின் கன அளவு – கூம்பின் கன அளவு

$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times 2.4 - \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times 2.4$

$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times 2.4 \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times 2.4 \times \frac{2}{3} = 2.464$ செமீ^{3}

மாற்றுமுறை: உருளை மற்றும் கூம்பு ஆகியவற்றின் உயரங்கள் சமமாகவும், ஆரங்கள் சமமாகவும் இருப்பதால்

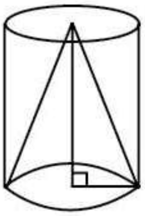
மீதமுள்ள திண்மத்தின் கன அளவு
= உருளையின் கன அளவு – கூம்பின் கன அளவு

$= \pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

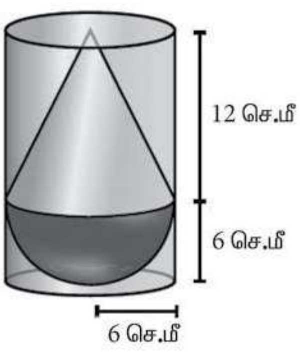
$= \frac{2}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.7)^2 \ (2.4)$

$= 2.464$ செ.மீ^{3}



4. ஒரு திண்மத்தின் அடிப்புறம் 6 செ.மீ ஆரம் உடைய அரைக்கோள வடிவிலும் மேற்புறம் 12 செ.மீ உயரமும் 6 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. முழுவதும் நீரால் நிரப்பப்பட்ட ஓர் உருளையின் அடிப்புறத்தைத் தொடுமாறு அத்திண்மம் வைக்கப்படும்போது வெளியேறும் நீரின் கனஅளவைக் காண்க. உருளையின் ஆரம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 18 செ.மீ எனக் கொள்க.



www.nammakalvi.in

தீர்வு :

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் = 6 செ.மீ

அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

$= \frac{2}{3}\pi r^3$ கனஅலகுகள்

$= \frac{2}{3}\pi(6)^3$

$= \frac{2}{3}\pi(216)$

$= 144\pi$ செ.மீ^{3}

கூம்பின் அடிப்பக்க ஆரம் = 6 செ.மீ

கூம்பின் உயரம் = 12 செ.மீ

கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \frac{1}{3}\pi(6)^2\ (12)$

$= 144\pi$ செ.மீ^{3}

திண்மத்தின் கன அளவு = கூம்பின் கன அளவு + அரைக் கோளத்தின் கன அளவு

$= 144\pi + 144\pi = 288\pi$

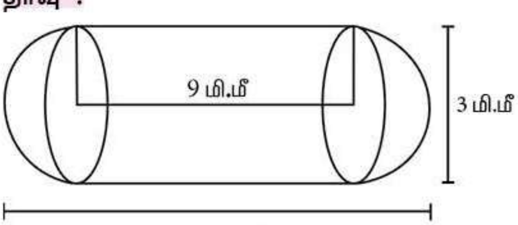
வெளியேறும் நீரின் கன அளவு

= உருளையில் வைக்கப்பட்ட திண்மத்தின் கன அளவு

$= 288\pi = 288 \times \frac{22}{7} = 905.14$ செ.மீ^{3}

5. ஒரு மருந்து குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ மற்றும் விட்டம் 3 மி.மீ எனில், அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு :



படத்திலிருந்து,

அரைக்கோளத்தின் விட்டம் = 3 மி.மீ

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் = 1.5 மி.மீ

அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ கனஅலகுகள்

∴ இரு அரைக்கோளங்களின் கன அளவு

$= 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$

$= \frac{4}{3}\pi(1.5)^3$

$= 4.5\pi$ மி.மீ^{3}

உருளையின் ஆரம் = 1.5 மி.மீ

உருளையின் உயரம் = 12 – 3 = 9 மி.மீ

உருளையின் கன அளவு

$= \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \pi(1.5)^2\ (9)$

$= 20.25\pi$ மி.மீ^{3}

∴ குப்பியில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் அளவு

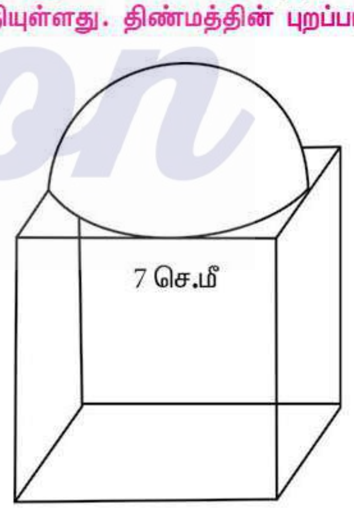
= உருளையின் கன அளவு + இரு அரைக்கோளங்களின் கன அளவு

$= 20.25\pi + 4.5\pi$

$= 24.75\pi$ மி.மீ^{3}

$= 24.75 \times \frac{22}{7} = 77.785$ மி.மீ^{3}

6. 7 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் படத்தில் உள்ளவாறு பொருந்தியுள்ளது. திண்மத்தின் புறப்பரப்பு காண்க.



தீர்வு :

கன சதுரத்தின் விளிம்பு

= 7 செ.மீ

கன சதுரத்தின் புறப்பரப்பு

$= 6a^2$ சதுர அலகுகள்

$= 6(7)^2$

$= 294$ செ.மீ^{2}

அரைக்கோளத்தின் ஆரம்

$= \frac{7}{2}$ செ.மீ

[∵ அரைக்கோளம் கன சதுரத்தின் மீது பொருந்தியுள்ளதால் வளைபரப்பு மட்டும் கணக்கிடப்படுகிறது.]

www.nammakalvi.in

அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= 2\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= 77$ செ.மீ^{2}

திண்மத்தின் புறப்பரப்பு = கன சதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு – வட்டப்பகுதியின் பரப்பு (அரைக்கோளத்தின் அடிப்பகுதி)

$= 294 + 77 - \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$

$= 371 - 38.5$

$= 332.5$ செ.மீ^{2}

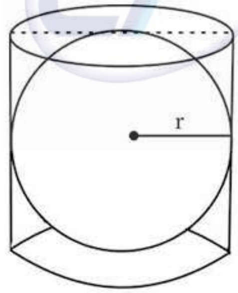
7. ஆரம் r அலகுகள் கொண்ட ஒரு கோளம் ஒரு நேர் வட்ட உருளையினுள் மிகச் சரியாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளது எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைக் கணக்கிடுக.

(i) கோளத்தின் புறப்பரப்பு

(ii) உருளையின் வளைபரப்பு

(iii) (i) மற்றும் (ii) -ல் பெறப்பட்ட பரப்புகளின் விகிதம்

தீர்வு :



(i) கோளத்தின் புறப்பரப்பு:

கோளத்தின் ஆரம் = r

புறப்பரப்பு = $4\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

(ii) உருளையின் வளைபரப்பு:

உருளையின் ஆரம் = r

உருளையின் உயரம் = r + r = 2r

வளைபரப்பு = $2\pi rh$ சதுர.அ

$= 2\pi r\,(2r)$

$= 4\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

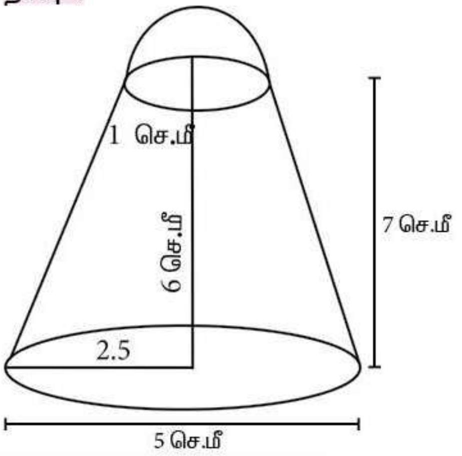
(iii) பரப்புகளின்விகிதம் = $\frac{\text{கோளத்தின் புறப்பரப்பு}}{\text{உருளையின் வளைபரப்பு}}$

$= \frac{4\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{1}$

விகிதம் = 1 : 1.

8. ஒரு இறகுப்பந்தின், மேற்புறம் கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவிலும், கீழ்ப்புறம் அரைக்கோள வடிவிலும் உள்ளது. இடைக்கண்டத்தின் விட்டங்கள் 5 செ.மீ மற்றும் 2 செ.மீ ஆகவும் இறகுபந்தின் மொத்த உயரம் 7 செ.மீ ஆகவும் இருக்குமானால், இறகுப் பந்தின் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :



இடைக்கண்டம்

அடிப்பக்க ஆரம் R = 2.5 செ.மீ

மேற்புற ஆரம் r = 1 செ.மீ

உயரம் h = 7 – 1 = 6 செ.மீ

சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + (2.5-1)^2}$

$= \sqrt{36 + 2.25}$

$= \sqrt{38.25} = 6.18$ செ.மீ

வளைபரப்பு = $\pi\,(R+r)\,l$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{22}{7}\,(2.5 + 1)\,(6.18)$

$= \frac{22}{7}\,(3.5)\,(6.18)$

$= 67.98$ செ.மீ^{2}

அரைக்கோளத்தின் ஆரம் = 1 செ.மீ

அரைக்கோளதத்தின் வளைபரப்பு

$= 2\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (1)^2$

அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= 6.29$ செ.மீ^{2}

இறகுப் பந்தின் புறப்பரப்பு = இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= 67.98 + 6.29 = 74.27$ செ.மீ^{2}

www.nammakalvi.in

திண்மங்களை கன அளவுகள் மாறாமல் மற்றொரு உருவத்திற்கு மாற்றி அமைத்தல்

நினைவில் கொள்க

- திண்மங்களை மற்றொரு உருவத்திற்கு மாற்றும்பொழுது அவற்றின் கன அளவுகள் சமமாகவும், புறப்பரப்பு மாறுபட்டும் இருக்கும்.
- திண்மங்களை உருக்கி வடிக்கும் கணக்குகளில், கன அளவுகள் சமமாதலால் π ன் மதிப்பை $\frac{22}{7}$ எனப் பிரதியிடத் தேவையில்லை. ஏனெனில் கன அளவுகளை சமப்படுத்தும்பொழுது π என்பது இருபுறமும் நீக்கப்பட்டு விடும்.

எடுத்துக்காட்டு

7.29 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப் பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

தீர்வு :

சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை n என்க.

சிறிய மற்றும் பெரிய உலோகப் பந்துகளின் ஆரங்கள் முறையே r மற்றும் R என்க.

இங்கு, R = 16 செ.மீ, r = 2 செ.மீ.

தற்போது n × (ஒரு சிறிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு) = பெரிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு

$$n\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$n\left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3\right) = \frac{4}{3}\pi \times 16^3$$

$$8n = 4096 \text{ எனவே } n = 512$$

ஆகவே, சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை 512 ஆகும்.

7.30 களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு :

h_1 மற்றும் h_2 என்பன முறையே கூம்பு மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க.

r என்பது கூம்பின் ஆரம் என்க.

இங்கு கூம்பின் உயரம் h = 24 செ.மீ, கூம்பு மற்றும் உருளையின் ஆரம் r செ.மீ

இங்கு, உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

$$\pi r^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1$$

$$h_2 = \frac{1}{3}\times h_1 \text{ -லிருந்து}$$

$$h_2 = \frac{1}{3}\times 24 = 8$$

எனவே, உருளையின் உயரம் = 8 செ.மீ ஆகும்.

7.31 6 செ.மீ ஆரம் மற்றும் 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் முழுவதுமாக பனிக்கூழ் (Ice-cream) உள்ளது. அந்தப் பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவத்தில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ எனில், பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனைக் கூம்புகள் தேவை?

தீர்வு :

h மற்றும் r என்பன முறையே உருளையின் உயரம் மற்றும் ஆரம் என்க.

இங்கு h = 15 செ.மீ, r = 6 செ.மீ

உருளையின் கனஅளவு $V = \pi r^2 h$ க.அ

$$= \frac{22}{7}\times 6\times 6\times 15$$

$r_1 = 3$ செ.மீ மற்றும் $h_1 = 9$ செ.மீ என்பன கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் ஆகும்.

$r_1 = 3$ செ.மீ என்பது அரைக்கோளத்தின் ஆரம் ஆகும்.

பனிக்கூழ்க் கூம்பின் கன அளவு = கூம்பின் கனஅளவு + அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 + \frac{2}{3}\pi r_1^3$$

$$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 3\times 3\times 9 + \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 3\times 3\times 3$$

$$= \frac{22}{7}\times 9\,(3+2)$$

www.nammakalvi.in

ஒரு பனிக்கூழ்க் கூம்பின் கன அளவு

$$= \frac{22}{7} \times 45$$

எனவே, தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{உருளையின் கனஅளவு}}{\text{ஒரு பனிக்கூழ்க் கூம்பின் கனஅளவு}}$$

$$= \frac{\frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 15}{\frac{22}{7} \times 45} = 12$$

ஆகவே, தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை 12 ஆகும்.

பயிற்சி 7.4

1. 12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு :

கோளத்தின் ஆரம் = 12 செ.மீ

கோளத்தின் கன அளவு

$$= \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{4}{3}\pi(12)^3$$

$$= 2304\,\pi \text{ செ.மீ}^3$$

உருளையின் ஆரம் = 8 செ.மீ

உயரம் = h செ.மீ

உருளையின் கன அளவு

$$= \pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \pi(8)^2 h = 64\pi\,h \text{ செ.மீ}^3$$

கொடுக்கப்பட்டது: கோளம் உருக்கப்பட்டு உருளையாக மாற்றப்படுகிறது.

∴ உருளையின் கன அளவு = கோளத்தின் கன அளவு

$$64\,\pi\,h = 2304\,\pi$$

$$h = \frac{2304\,\pi}{64\,\pi} = 36$$

∴ உருளையின் உயரம் = 36 செ.மீ

2. 14 செ.மீ விட்டமுள்ள குழாயிலிருந்து 15 கி.மீ/மணி என்ற வேகத்தில் 50 மீ நீளம் மற்றும் 44 மீ அகலம் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவத் தொட்டியினுள் தண்ணீர் பாய்கிறது. எவ்வளவு நேரத்தில் தண்ணீரின் மட்டம் 21 செ.மீ க்கு உயரும்?

தீர்வு :

உருளை வடிவக் குழாயின் விட்டம் = 14 செ.மீ

ஆரம் = 7 செ.மீ

குழாயின் நீளம் = தண்ணீரின் வேகம்

= 15 கி.மீ = 15000 மீ

தண்ணீர்த் தொட்டியின் நீளம் = 50 மீ

தண்ணீர்த் தொட்டியின் அகலம் = 44 மீ

தண்ணீர்த் தொட்டியின் உயரம் = தண்ணீரின் மட்டம்

= 21 செ.மீ

= 0.21 மீ

தண்ணீர்த் தொட்டியின் கொள்ளளவு

$$= l \times b \times h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= 50 \times 44 \times 0.21 = 462 \text{ மீ}^3$$

உருளை வடிவக் குழாயின் கன அளவு = தண்ணீர்த் தொட்டியின் கொள்ளளவு

$$\pi r^2 h = 462$$

$$\frac{22}{7} \times 0.07 \times 0.07 \times h = 462$$

$$\therefore \quad h = \frac{462 \times 7}{22 \times 0.07 \times 0.07}$$

$$= \frac{3234}{0.1078} = 30000$$

$$\text{தேவைப்படும் காலம்} = \frac{30000}{15000} = 2 \text{ மணிநேரம்}$$

3. முழுமையாக நீரால் நிரம்பியுள்ள ஒரு கூம்பு வடிவக் குடுவையின் ஆரம் r அலகுகள் மற்றும் உயரம் h அலகுகள் ஆகும். நீரானது xr அலகுகள் ஆரமுள்ள மற்றொரு உருளை வடிவக் குடுவைக்கு மாற்றப்பட்டால் நீரின் உயரம் காண்க.

தீர்வு :

கூம்பு வடிவக் குடுவையின் ஆரம் = r' அலகுகள்

கூம்பு வடிவக் குடுவையின் உயரம் = 'h' அலகுகள்

கூம்பு வடிவக் குடுவையின் கொள்ளளவு = தண்ணீரின் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

கூம்பு வடிவக் குடுவையில் தண்ணீர் ஊற்றப்படுவதால்,

உருளையின் கனஅளவு = தண்ணீரின் கன அளவு

$$\pi(xr)^2 H = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

www.nammakalvi.in

[xr – உருளையின் ஆரம், H – உயரம்]

$$x^2r^2H = \frac{r^2}{3}h$$

உருளைவடிவக் குடுவையில் நீரின் உயரம்

$$H = \frac{h}{3x^2}$$

4. விட்டம் 14 செ.மீ, உயரம் 8 செ.மீ உடைய ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பு, ஓர் உள்ளீடற்ற கோளமாக உருமாற்றப்படுகிறது. கோளத்தின் வெளிவிட்டம் 10 செ.மீ எனில், உள்விட்டத்தைக் காண்க

தீர்வு :

கூம்பின் விட்டம் = 14 செ.மீ

கூம்பின் ஆரம் = 7 செ.மீ

கூம்பின் உயரம் = 8 செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 7 \times 7 \times 8$$

$$= \frac{392\,\pi}{3} \text{ செ.மீ}^3$$

கோளத்தின் வெளி விட்டம் = 10 செ.மீ

கோளத்தின் வெளி ஆரம் ‘R’ = 5 செ.மீ

உள் ஆரம் = ‘r’ செ.மீ^{3}

கொ.ப.: கூம்பு உருக்கப்பட்டு உள்ளீடற்ற கோளமாக மாற்றப்படுகிறது.

அதாவது, உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கன அளவு = கூம்பின் கன அளவு

$$\frac{4}{3}\pi(5^3 - r^3) = \frac{392\,\pi}{3}$$

$$5^3 - r^3 = \frac{392}{4} = 98$$

$$r^3 = 125 - 98 = 27$$

ஆரம் r = 3 செ.மீ

∴ உள் விட்டம் = 2r = 6 செ.மீ

5. சீனு வீட்டின் மேல்நிலை நீர்த்தொட்டி உருளை வடிவில் உள்ளது. அதன் ஆரம் 60 செ.மீ மற்றும் உயரம் 105 செ.மீ. 2 மீ × 1.5 மீ × 1 மீ பரிமாணங்களை உடைய ஒரு கனச்செவ்வகக் கீழ்நிலை நீர் தொட்டியிலிருந்து நீர் உந்தப்பட்டு மேலேயுள்ள உருளை வடிவத் தொட்டி முழுமையாக நிரப்பப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் கீழ்த் தொட்டியில் நீர் முழுமையாக இருப்பதாகக் கருதுக. மேல் தொட்டிக்கு நீர் ஏற்றிய பிறகு மீதமுள்ள நீரின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு :

கன செவ்வகத் தொட்டி

நீளம் = 2 மீ = 200 செ.மீ

அகலம் = 1.5 மீ = 150 செ.மீ

உயரம் = 1 மீ = 100 செ.மீ

கன செவ்வகத் தொட்டியின் கொள்ளளவு

$$= l \times b \times h$$

$$= 200 \times 150 \times 100$$

$$= 30{,}00{,}000 \text{ செ.மீ}^3$$

மேல்நிலை உருளை வடிவத் தொட்டி

ஆரம் = 60 செ.மீ

உயரம் = 105 செ.மீ

$$\text{கன அளவு} = \pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 105$$

$$= 11{,}88{,}000 \text{ செ.மீ}^3$$

∴ கீழ் நிலைத் தொட்டியில் மீதமுள்ள நீரின் கன அளவு = கன செவ்வகத் தொட்டியின் கன அளவு – உருளை வடிவத் தொட்டியின் கன அளவு

$$= 30{,}00{,}000 - 11{,}88{,}000$$

$$= 18{,}12{,}000 \text{ செ.மீ}^3$$

6. ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆகும். அது உருக்கப்பட்டு 14 செ.மீ விட்டமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையாக்கப்பட்டால், அவ்வுருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம்

உட்புற விட்டம் = 6 செ.மீ

உட்புற ஆரம் ‘r’ = 3 செ.மீ

வெளிப்புற விட்டம் = 10 செ.மீ

வெளிப்புற ஆரம் ‘R’ = 5 செ.மீ

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு (அல்லது) பயன்படுத்தப்பட்ட உலோகத்தின் கன அளவு

$$= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3) \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{2}{3}\pi(5^3 - 3^3)$$

$$= \frac{2}{3}\pi(125 - 27) = \frac{196\,\pi}{3} \text{ செ.மீ}^3$$

உருளை

விட்டம் = 14 செமீ

ஆரம் = 7 செமீ

உயரம் = h

www.nammakalvi.in

உருளையின் கன அளவு

$= \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \pi(7)^2\ h$

$= 49\ \pi h$

கொடுக்கப்பட்டது: உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம் உருக்கப்பட்டு உருளையாக மாற்றப்படுகிறது.

∴ உருளையின் கன அளவு = உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

$$49\ \pi h = \frac{196\ \pi}{3}$$

$$h = \frac{196}{3 \times 49} = \frac{4}{3} = 1.33$$

∴ உருளையின் உயரம் = 1.33 செ.மீ

7. 6 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் உருக்கப்பட்டுச் சீரான தடிமனுள்ள ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் வெளி ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 32 செ.மீ எனில், உருளையின் தடிமனைக் காண்க.

தீர்வு :

திண்மக் கோளம்

ஆரம் = 6 செ.மீ

கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்

$= \frac{4}{3}\pi(6)^3$

$= \frac{4}{3}\pi(216) = 288\ \pi$ செ.மீ^{3}

உள்ளீடற்ற உருளை

உட்புற ஆரம் = r'

வெளிப்புற ஆரம் = 'R' = 5 செ.மீ

உயரம் h = 32செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு

$= \pi h\ (R^2 - r^2)$ கன அலகுகள்

$= \pi\ (32)\ (25 - r^2)$ செ.மீ^{3}

கொடுக்கப்பட்டது: திண்மக் கோளத்தை உருக்கி உள்ளீடற்ற உருளையாக மாற்றப்படுகிறது.

∴ உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு = கோளத்தின் கன அளவு

$$32\pi\ (25 - r^2) = 288\ \pi$$

$$25 - r^2 = \frac{288}{32} = 9$$

$$r^2 = 25 - 9 = 16$$

உட்புற ஆரம் r = 4 செ.மீ

∴ தடிமன் = வெளிப்புற ஆரம் – உட்புற ஆரம்

= R – r = 5 – 4 = 1 செ.மீ

8. ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் விளிம்பு வரையில் பழச்சாறு நிரம்பியுள்ளது. உயரத்தைவிட 50% அதிக ஆரம் கொண்ட உருளை வடிவப் பாத்திரத்திற்குப் பழச்சாறு மாற்றப்படுகிறது. அரைக்கோளம் மற்றும் உருளை ஆகியவற்றின் விட்டங்கள் சமமானால் கிண்ணத்திலிருந்து எவ்வளவு சதவீதப் பழச்சாறு உருளை வடிவ பாத்திரத்திற்கு மாற்றப்படும்?

தீர்வு : அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் ஆரம் r என்க.

∴ அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்

உருளை வடிவப் பாத்திரத்தின் உயரம் h என்க

கொ.ப: $r = h + h\frac{50}{100} \Rightarrow r = h\left(1+\frac{50}{100}\right)$

$$h = \frac{2}{3}r$$

இப்போது, உருளை வடிவப் பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு

$$= \pi r^2\left(\frac{2r}{3}\right) = \frac{2}{3}\pi r^3$$

எனவே, உருளை வடிவப் பாத்திரத்திற்கு மாற்றப்படும் பழச்சாற்றின் அளவு (அதாவது) சதவீதம்,

$$= \frac{\frac{2}{3}\pi r^3}{\frac{2}{3}\pi r^3} \times 100\% = 100\ \%$$

பயிற்சி 7.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்:

1. 15 செ.மீ உயரமும் 16 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு

(1) 60π ச.செ.மீ (2) 68π ச.செ.மீ

(3) 120π ச.செ.மீ (4) 136π ச.செ.மீ

[விடை (4)]

தீர்வு :

அடிப்பக்க விட்டம் = 16 செ.மீ

உயரம் = 15 செ.மீ

அடிப்பக்க ஆரம் = 8 செ.மீ

கூம்பின் வளைபரப்பு = πrl கன அலகுகள்

$= \pi(8)\sqrt{15^2 + 8^2}$

$= \pi(8)\sqrt{289}$

$= 8\pi\ (17) = 136\ \pi$ செ.மீ^{2}

www.nammakalvi.in

2. r அலகுகள் ஆரம் உடைய இரு சம அரைக் கோளங்களின் அடிப்பகுதிகள் இணைக்கப்படும்போது உருவாகும் திண்மத்தின் புறப்பரப்பு

(1) $4\pi r^2$ ச.அ (2) $6\pi r^2$ ச.அ

(3) $3\pi r^2$ ச.அ (4) $8\pi r^2$ ச.அ

[விடை (1)]

தீர்வு :

'r' என்ற சம ஆரத்தைக் கொண்ட இரு அரைக் கோளங்கள் ஒன்றாக இணைக்கப்படும்போது உருவாகும் திண்மம் ஒரு கோளமாகும்.

∴ திண்மத்தின் புறப்பரப்பு = $4\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

3. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 13 செ.மீ உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரம்

(1) 12 செ.மீ (2) 10 செ.மீ

(3) 13 செ.மீ (4) 5 செ.மீ [விடை (1)]

தீர்வு :

கொ.ப: r = 5 செ.மீ, l = 13 செ.மீ

∴ உயரம் $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ செ.மீ

4. ஓர் உருளையின் உயரத்தை மாற்றாமல் அதன் ஆரத்தைப் பாதியாகக் கொண்டு புதிய உருளை உருவாக்கப்படுகிறது. புதிய மற்றும் முந்தைய உருளைகளின் கன அளவுகளின் விகிதம்

(1) 1 : 2 (2) 1 : 4

(3) 1 : 6 (4) 1 : 8 [விடை (2)]

தீர்வு :

உருளையின் ஆரம் = r

உருளையின் உயரம் = h

முந்தைய உருளையின் கன அளவு = $\pi r^2 h$ க.அ

ஆரம் பாதியாக்கப்பட்டால், ஆரம் = $\frac{r}{2}$

புதிய உருளையின் கன அளவு

$$= \pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 h = \frac{\pi r^2 h}{4}$$

இப்போது, விகிதம்

$$= \frac{\text{புதிய உருளையின் கன அளவு}}{\text{முந்தைய உருளையின் கன அளவு}}$$

$$= \frac{\frac{\pi r^2 h}{4}}{\pi r^2 h} = \frac{1}{4}$$

விகிதம் = 1 : 4

5. ஓர் உருளையின் ஆரம் அதன் உயரத்தில் மூன்றில் ஒரு பங்கு எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு

(1) $\frac{9\pi h^2}{8}$ ச.அ (2) $24\pi h^2$ ச.அ

(3) $\frac{8\pi h^2}{9}$ ச.அ (4) $\frac{56\pi h^2}{9}$ ச.அ

[விடை (3)]

தீர்வு : உயரம் = h, ஆரம் = $\frac{1}{3}h$

உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$$= 2\pi r\,(h + r)$$

$$= 2\pi \frac{h}{3}\left(h + \frac{h}{3}\right)$$

$$= 2\pi \frac{h}{3}\left(\frac{4h}{3}\right)$$

$$= \frac{8\pi h^2}{9}$$ சதுர அலகுகள்

6. ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் வெளிப்புற மற்றும் உட்புற ஆரங்களின் கூடுதல் 14 செ.மீ மற்றும் அதன் தடிமன் 4 செ.மீ ஆகும். உருளையின் உயரம் 20 செ.மீ எனில், அதனை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கனஅளவு

(1) 5600π க.செ.மீ (2) 1120π க.செ.மீ

(3) 56π க.செ.மீ (4) 3600π க.செ.மீ

[விடை (2)]

தீர்வு :

உட்புற ஆரம் = r, வெளிப்புற ஆரம் = R

கொ.ப. கூடுதல் = R + r = 14, தடிமன் R – r = 4,

உயரம் h = 20 செ.மீ

பயன்பட்ட பொருளின் கன அளவு

$= \pi(R^2 - r^2)h$ கன அலகுகள்

$= \pi(R + r)(R - r)h$

$= \pi(14)(4)\,20$

$= 1120\pi$ செ.மீ^{3}

7. ஒரு கூம்பின் அடிப்புற ஆரம் மும்மடங்காகவும் உயரம் இரு மடங்காகவும் மாறினால் கன அளவு எத்தனை மடங்காக மாறும்?

(1) 6 மடங்கு (2) 18 மடங்கு

(3) 12 மடங்கு (4) மாற்றமில்லை

[விடை (2)]

தீர்வு :

ஆரம் மும்மடங்கானால், புதிய ஆரம் 3r.

உயரம் இரு மடங்கானால், புதிய உயரம் 2h.

கூம்பின் கன அளவு

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

www.nammakalvi.in

$= \frac{1}{3}\pi(3r)^2(2h)$

$= \frac{\pi}{3}(9r^2)(2h)$

$= 18\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$

= 18 (கூம்பின் கன அளவு)

= 18 மடங்கு

8. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் ______ மடங்காகும்.

(1) π (2) 4π
(3) 3π (4) 2π [விடை (3)]

தீர்வு :

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு $= 3\pi r^2$
$= 3\pi$ (ஆரத்தின் வர்க்கம்)
$= 3\pi$ மடங்கு

9. x செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் அதே ஆரமுள்ள ஒரு கூம்பாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கூம்பின் உயரம்

(1) $3x$ செ.மீ (2) x செ.மீ
(3) $4x$ செ.மீ (4) $2x$ செ.மீ [விடை (3)]

தீர்வு :

கோளத்தின் ஆரம்= 'x' செ.மீ

கோளத்தின் கன அளவு

$= \frac{4}{3}\pi x^3$ செ.மீ^{3}

கூம்பின் ஆரம் = 'x' செ.மீ

உயரம் = h

கூம்பின் கன அளவு

$= \frac{1}{3}\pi x^2 h$

கூம்பின் கன அளவு = கோளத்தின் கன அளவு

[∵ கோளம் உருக்கப்பட்டு கூம்பாக மாற்றப்படுகிறது]

$\frac{1}{3}\pi x^2 h = \frac{4}{3}\pi x^3$

$\Rightarrow$ h = $4x$ செ.மீ

10. 16 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்ட ஆரங்கள் 8 செ.மீ மற்றும் 20 செ.மீ எனில், அதன் கன அளவு

(1) 3328π செ.மீ^{3} (2) 3228π செ.மீ^{3}
(3) 3240π செ.மீ^{3} (4) 3340π செ.மீ^{3}

[விடை (1)]

தீர்வு :

இடைக்கண்டத்தின் உயரம் h = 16 செ.மீ

ஆரங்கள் 8 செ.மீ மற்றும் 20 செ.மீ

அதாவது, r = 8 செ.மீ, R = 20 செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் கன அளவு

$= \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$ கன அலகுகள்

$= \frac{\pi(16)}{3}(400 + 160 + 64)$

$= \frac{16\pi}{3}(624) = 3328\pi$ செ.மீ^{3}

11. கீழ்க்காணும் எந்த இரு உருவங்களை இணைத்தால் ஓர் இறகுபந்தின் வடிவம் கிடைக்கும்?

(1) உருளை மற்றும் கோளம்
(2) அரைக்கோளம் மற்றும் கூம்பு
(3) கோளம் மற்றும் கூம்பு
(4) கூம்பின் இடைக்கண்டம் மற்றும் அரைக்கோளம்

[விடை (4)]

12. r_1 அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளப்பந்து உருக்கப்பட்டு r_2 அலகுகள் ஆரமுடைய 8 சமகோள பந்துகளாக ஆக்கப்படுகிறது எனில் $r_1 : r_2$

(1) 2 : 1 (2) 1 : 2
(3) 4 : 1 (4) 1 : 4 [விடை (1)]

தீர்வு :

r_1 ஆரத்தைக் கொண்ட கோளப் பந்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r_1^3$

r_2 ஆரத்தைக் கொண்ட 8 சம கோளப் பந்துகளின் கன அளவு

$= 8\left(\frac{4}{3}\pi r_2^3\right)$

இப்போது, $\frac{\text{கோளத்தின் கன அளவு}}{\text{புதிய 8 கோளங்களின் கன அளவு}}$

$= \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{8\left(\frac{4}{3}\pi r_2^3\right)} = \frac{r_1^3}{8r_2^3} = 2:1$

13. 1 செ.மீ ஆரமும் 5 செ.மீ உயரமும் கொண்ட ஒரு மர உருளையிலிருந்து அதிகபட்சக் கன அளவுகொண்ட கோளம் வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது எனில், அதன் கன அளவு (க.செ.மீ–ல்)

(1) $\frac{4}{3}\pi$ (2) $\frac{10}{3}\pi$
(3) 5π (4) $\frac{20}{3}\pi$

[விடை (1)]

www.nammakalvi.in

தீர்வு :

மர உருளையின் ஆரம் = 1 செ.மீ

மர உருளையின் உயரம் = 5 செ.மீ

உருளையிலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படும் அதிகபட்ச கன அளவு கொண்ட கோளத்தின் விட்டம் = 2 செ.மீ

∴ ஆரம் = 1 செ.மீ

கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$

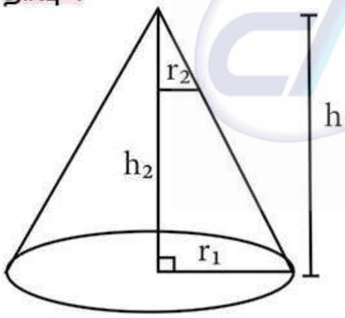
$= \frac{4}{3}\pi(1)^3 = \frac{4}{3}\pi$ செ.மீ³

14. இடைக்கண்டத்தை ஒரு பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம் முறையே h_1 அலகுகள் மற்றும் r_1 அலகுகள் ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் உயரம் மற்றும் சிறிய பக்க ஆரம் முறையே h_2 அலகுகள் மற்றும் r_2 அலகுகள் மற்றும் $h_2 : h_1 = 1 : 2$ எனில் $r_2 : r_1$ -ன் மதிப்பு

(1) 1 : 3 (2) 1 : 2

(3) 2 : 1 (4) 3 : 1 [விடை (2)]

தீர்வு :



கொடுக்கப்பட்டது: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}$

$\frac{h_2}{h_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2}$

$r_2 : r_1 = 1 : 2$

15. சமமான விட்டம் மற்றும் உயரம் உடைய ஓர் உருளை, ஒரு கூம்பு மற்றும் ஒரு கோளத்தின் கன அளவுகளின் விகிதம்

(1) 1 : 2 : 3 (2) 2 : 1 : 3

(3) 1 : 3 : 2 (4) 3 : 1 : 2 [விடை (4)]

தீர்வு :

உருளையின் விட்டம் = கூம்பின் விட்டம் = கோளத்தின் விட்டம்

உருளையின் உயரம் = கூம்பின் உயரம் = கோளத்தின் உயரம்

உருளையின் கனஅளவு $= V_1 = \pi r^2 h$

கூம்பின் கன அளவு $= V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

கோளத்தின் கன அளவு $= V_3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

கோளத்தின் ஆரம் = 'R', விட்டம் = 2R

உருளையின் உயரம் = கூம்பின் உயரம் = 2R

கன அளவுகளின் விகிதம் $\Rightarrow V_1 : V_2 : V_3$

$= \pi R^2 (2R) : \frac{1}{3}\pi R^2 (2R) : \frac{4}{3}\pi R^3$

$= 1 : \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 3 : 1 : 2$

அலகுப் பயிற்சி - 7

1. 7 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளை வடிவ மை குடுவையின் விட்டம் 5 மி.மீ ஆகும். மை முழுமையாகவுள்ள உருளையைக் கொண்டு சராசரியாக 330 வார்த்தைகள் எழுதலாம். ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு மை ஒரு பாட்டிலில் உள்ளது எனில், அதனைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வார்த்தைகள் எழுதலாம்?

தீர்வு :

உருளை வடிவ மை குடுவையின் உயரம்

h = 7 செ.மீ

விட்டம் = 5 மி.மீ

ஆரம் $r = \frac{5}{2} = 2.5$ மி.மீ = 0.25 செ.மீ

உருளை வடிவ மை குடுவையின் கன அளவு

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 0.25 \times 0.25 \times 7$

= 1.375 செ.மீ³

கொ.ப.: 330 வார்த்தைகள் எழுத 1.375 செ.மீ³ மை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

∴ ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு மையைப் பயன்படுத்தி எழுதப்படும் வார்த்தைகளின் எண்ணிக்கை

[∵ 1000 செ.மீ³ = 1 லி; $\frac{1}{5} \times 1000$ செ.மீ³; 200 செ.மீ³]

$= \frac{330}{1.375} \times 200 = 48000$ வார்த்தைகள்

www.nammakalvi.in

2. ஆரம் 1.75 மீ உள்ள ஓர் அரைக்கோள வடிவத் தொட்டி முற்றிலும் நீரால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. ஒரு குழாயின் மூலம் விநாடிக்கு 7 லிட்டர் வீதம் தொட்டியிலிருந்து நீர் வெளியேற்றப்படுமானால் தொட்டியை எவ்வளவு நேரத்தில் முழுவதுமாகக் காலி செய்யலாம்?

தீர்வு :

அரைக்கோள வடிவத் தொட்டியின் ஆரம்

'r' = 1.75 மீ

அரைக்கோளத் தொட்டியின் கொள்ளளவு

$= \frac{2}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.75)^3$

= 11.225 மீ^{3}

= 11225 லிட்டர்

கொடுக்கப்பட்டது: உருளை வடிவக் குழாய் மூலம் விநாடிக்கு 7 லிட்டர் வீதம் தொட்டியிலிருந்து நீர் வெளியேற்றப்படுகிறது.

∴ தொட்டியைக் காலி செய்யத் தேவைப்படும் நேரம்

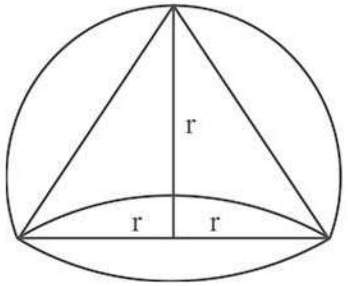
$= \frac{\text{கன அளவு}}{\text{வீதம்}}$

$= \frac{11225}{7} = 1604$ விநாடிகள் (தோராயமாக)

= 27 நிமிடங்கள் (தோராயமாக)

3. r அலகுகள் ஆரம் கொண்ட ஒரு திண்ம அரைக் கோளத்திலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படும் கூம்பின் மீப்பெரு கனஅளவு என்ன?

தீர்வு :



அரைக்கோளத்தின் ஆரம்

= r அலகுகள்

கூம்பின் ஆரம் = அரைக்கோளத்தின் ஆரம்

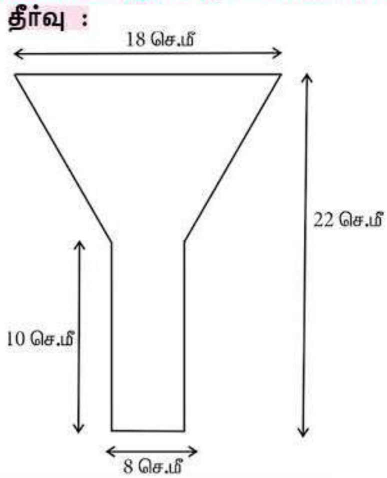
கூம்பின் உயரம் = அரைக்கோளத்தின் ஆரம்

∴ கூம்பின் மீப்பெரு கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன. அலகுகள்

$= \frac{1}{3}\pi\left(r^2\right)r = \frac{1}{3}\pi r^3$ கன. அலகுகள்

4. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டம் 10 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளையுடன் இணைக்கப்பட்ட எண்ணெய்ப் புனலின் மொத்த உயரம் 22 செ.மீ ஆகும். உருளையின் விட்டம் 8 செ.மீ மற்றும் புனலின் மேற்புற விட்டம் 18 செ.மீ எனில், புனலை உருவாக்கத் தேவையான தகர அட்டையின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :



தேவைப்படும் தகர அட்டையின் பரப்பளவு

= உருளையின் வளைபரப்பு + இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

உருளை:

ஆரம் = 4 செ.மீ

உயரம் = 10 செ.மீ

வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ ச.அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 10 = \frac{1760}{7}$ சதுர.அலகுகள்

கூம்பின் இடைக்கண்டம்:

r_1 = மேற்புற ஆரம் = 9 செ.மீ

r_2 = அடிப்புற ஆரம் = 4 செ.மீ

உயரம் = 22 – 10 = 12 செ.மீ

சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$= \sqrt{12^2 + (9-4)^2}$

$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ செ.மீ

வளைபரப்பு $= \pi(r_1 + r_2)l$ சதுர.அலகுகள்

$= \frac{22}{7}(9 + 4)(13)$

$= \frac{3718}{7}$ சதுர.அலகுகள்

∴ தகர அட்டையின் பரப்பளவு $= \frac{1760}{7} + \frac{3718}{7}$

$= \frac{5478}{7} = 782.57$ செ.மீ^{2}

www.nammakalvi.in

5. உயரம் 10 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 4.5 செ.மீ உடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையை உருவாக்க 1.5 செ.மீ விட்டமும், 2 மி.மீ தடிமன் கொண்ட எத்தனை வட்ட வில்லைகள் தேவை?

தீர்வு :

வில்லை என்பது உருளை வடிவில் உள்ளது.

வில்லையின் விட்டம்= 1.5 செ.மீ

வில்லையின் ஆரம் $= \frac{1.5}{2}$

தடிமன் = உயரம் = 2 மி.மீ $= \frac{2}{10} = 0.2$ செ.மீ

வில்லை (உருளையின்) கன அளவு

$= \pi r^2 h$

$= \pi \left(\frac{1.5}{2}\right)^2 (0.2)$

$= 0.1125\ \pi$ செ.மீ^{3}

உருளையின் விட்டம் = 4.5 செ.மீ

ஆரம் $= \frac{4.5}{2} = 2.25$ செ.மீ

உயரம் = 10 செ.மீ

கன அளவு $= \pi r^2 h$ சதுர அலகுகள்

$= \pi (2.25)^2 (10)$

$= 50.625\ \pi$

∴ வில்லைகளின் எண்ணிக்கை

$= \frac{\text{உருளையின் கன அளவு}}{\text{வில்லையின் கன அளவு}}$

$= \frac{50.625\ \pi}{0.1125\ \pi} = 450$ வில்லைகள்

6. ஓர் உள்ளீடற்ற உலோக உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் 4.3 செ.மீ, உட்புற ஆரம் 1.1 செ.மீ மற்றும் நீளம் 4 செ.மீ. உலோக உருளையை உருக்கி 12 செ.மீ நீளமுள்ள வேறொரு திண்ம உருளை உருவாக்கப்பட்டால் புதிய உருளையின் விட்டத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற உலோக உருளை

வெளிப்புற ஆரம் R =4.3 செ.மீ

உட்புற ஆரம் r =1.1 செ.மீ

நீளம் = உயரம் = h = 4 செ.மீ

கன அளவு $= \pi(R^2 - r^2)h$ கன.அலகுகள்

$= \pi\left((4.3)^2 - (1.1)^2\right)(4)$

$= \pi\ (18.49 - 1.21)\ 4$

$= 69.12\ \pi$ செ.மீ^{3}

திண்ம உருளை

உயரம் h = 12 செ.மீ

ஆரம் r = ?

கன அளவு $= \pi r^2 h$ சதுர.அலகுகள்

$= \pi r^2\ (12)$

கொடுக்கப்பட்ட உள்ளீடற்ற உருளை உருக்கப்பட்டு, திண்ம உருளையாக மாற்றப்படுகிறது.

∴ உருளையின் கன அளவு = உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு

$\pi r^2 (12) = 69.12\ \pi$

$r^2 = \frac{69.12}{12} = 5.76$

r = 2.4 செ.மீ

உருளையின் விட்டம் = 2r = 4.8 செ.மீ

7. ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு முனைகளின் சுற்றளவுகள் 18 மீ, 16 மீ மற்றும் அதன் சாயுயரம் 4 மீ ஆகும். ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹ 100 வீதம் இடைக்கண்டத்தின் வளைப்பரப்பில் வர்ணம் பூச ஆகும் மொத்தச் செலவு என்ன?

தீர்வு :

சாயுயரம் $l = 4$ மீ

பெரிய வட்டத்தின் சுற்றளவு

$= 2\pi R = 18$ மீ

$R = \frac{9}{\pi} = \frac{63}{22}$ மீ

சிறிய வட்டத்தின் சுற்றளவு

$= 2\pi r = 16$ மீ

$r = \frac{8}{\pi} = \frac{56}{22}$ மீ

கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

$= \pi l\ (R + r)$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 4 \times \left(\frac{63}{22} + \frac{56}{22}\right)$

$= \frac{4}{7}\ (119) = 68$ மீ^{2}

ஒரு சதுர மீட்டருக்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = ₹. 100

∴ 68 சதுர மீட்டருக்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு $= 68 \times 100$

= ₹. 6800

8. ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோளக் கிண்ணத்தை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கனஅளவு $\frac{436\pi}{3}$ க.செ.மீ ஆகும். கிண்ணத்தின் வெளிவிட்டம் 14 செ.மீ எனில் அதன் தடிமனைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வெளிப்புற விட்டம்

$= 2R = 14$ செ.மீ

$\therefore$ வெளிப்புற ஆரம்

$R = 7$ செ.மீ

கொடுக்கப்பட்ட கன அளவு

$= \frac{436\pi}{3}$ செ.மீ^{3}

$$\frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{436\pi}{3}$$

$$R^3 - r^3 = 218$$

$$(7)^3 - r^3 = 218$$

$\therefore r^3 = 343 - 218 = 125 = 5$ செ.மீ

$\therefore$ தடிமன் $= R - r = 7 - 5 = 2$ செ.மீ

9. ஒரு கூம்பின் கன அளவு $1005\frac{5}{7}$ க.செ.மீ மற்றும் கீழ் வட்டப்பரப்பு $201\frac{1}{7}$ ச.செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு :

கூம்பின் கன அளவு $= 1005\frac{5}{7}$ க.செ.மீ

அதாவது, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 1005\frac{5}{7}$ ... (1)

அடிப்பக்க பரப்பு = வட்டத்தின் பரப்பு

$= 201\frac{1}{7}$ சதுர அலகுகள்

அதாவது, $\pi r^2 = 201\frac{1}{7} \Rightarrow r^2 = 64$

(1) –ல் பிரதியிட, $r = 8$ செ.மீ

$$\frac{1}{3}\left(201\frac{1}{7}\right) h = 1005\frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1408}{7}\right) h = \frac{7040}{7}$$

$$h = \frac{7040}{7} \times \frac{7}{1408} \times 3 = 15 \text{ செ.மீ}$$

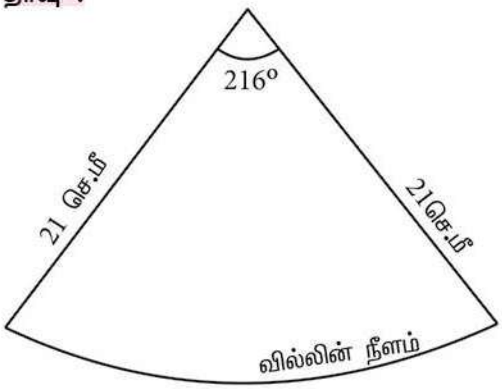
$\therefore$ கூம்பின் சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64}$

$= \sqrt{289} = 17$ செ.மீ

10. ஒரு வட்டக்கோண வடிவில் உள்ள உலோகத் தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் மையக்கோணம் 216° ஆகும். வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து உருவாக்கப்படும் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு :



வட்டக் கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம்

$= \frac{\theta}{360^o} \times 2\pi r_1$

$= \frac{216^o}{360^o} \times 2\pi \times 21$

$= \frac{3}{5}(2\pi)(21) = \frac{126\pi}{5}$ செ.மீ

வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து கூம்பு உருவாக்கப்படுவதால்.

கூம்பின் அடிப்பகுதியின் சுற்றளவு $\Big\}$ = $\Big\{$ வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம்

$\therefore 2\pi r = \frac{126\pi}{5}$

கூம்பின் அடிப்பக்க ஆரம், $r = \frac{63}{5}$ செ.மீ

வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரம் = கூம்பின் சாயுயரம்

$21 = l$

கூம்பின் உயரம், $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{(21)^2 - \left(\frac{63}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{441 - 158.76}$

$= \sqrt{282.24} = 16.8$ செ.மீ

$\therefore$ கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ச.அலகுகள்

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 12.6 \times 12.6 \times 16.8$

$= \frac{58677.696}{21}$

$= 2794.176 = 2794.18$ செ.மீ^{3}

www.nammakalvi.in

சிந்தனை வினாக்கள்

I. ஒரு மதிப்பெண் வினாக்கள்

புறப்பரப்பு

1. ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பானது, மூலைவிட்டம் $2\sqrt{2}$ செ.மீ உள்ள ஒரு சதுரமாக மாற்றப்படுகிறது எனில், உருளையின் அடிப்பக்கப் பரப்பைக் காண்க. (சதுர செ.மீ–ல்)

(1) 3π (2) $\frac{1}{\pi}$

(3) π (4) 6π **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

மூலைவிட்டம் $\sqrt{2}a = 2\sqrt{2}$

சதுரத்தின் பக்கம் 'a' $= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$ செ.மீ

சதுரத்தின் பக்கம் = அடிப்பக்க சுற்றளவு = 2 செ.மீ

அதாவது, $2\pi r = 2 \Rightarrow r = \frac{1}{\pi}$

∴ உருளையின் அடிப்பகுதியின் பரப்பு $= \pi r^2$

$= \pi\left(\frac{1}{\pi^2}\right) = \frac{1}{\pi}$

2. 24 மீட்டர் உயரமும், 7 மீட்டர் ஆரமும் கொண்ட ஒரு கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தை அமைப்பதற்கு, 2.5 மீட்டர் அகலம் கொண்ட எத்தனை மீட்டர் துணி தேவைப்படுகிறது?

(1) 210 மீ (2) 220 மீ

(3) 230 மீ (4) 240 மீ **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

சாயுயரம் $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{24^2 + 7^2}$

$= \sqrt{625} = 25$ மீ

தேவைப்படும் துணியின் பரப்பளவு

= கூம்பின் வளைபரப்பு

$= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ மீ^{2}

∴ துணியின் நீளம் $= \frac{550}{2.5} = 220$ மீ

3. ஒரு அரைக்கோளத்தின் ஆரம் 10 செ.மீ எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு

(1) 942.86 செ.மீ^{2} (2) 900 செ.மீ^{2}

(3) 300 செ.மீ^{2} (4) 592.86 செ.மீ^{2}

[விடை: (1)]

தீர்வு :

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 10$

$= \frac{6600}{7}$

$= 942.86$ செ.மீ^{2}

4. ஆரம் 11.3 செ.மீ கொண்ட ஒரு நேர் வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு 355 செ.மீ^{2} எனில், அதன் சாயுயரம்.

(1) 8 செ.மீ (2) 9 செ.மீ

(3) 10 செ.மீ (4) 11 செ.மீ **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

$r = 11.3$, வளைபரப்பு = 355

$\pi rl = 355$

$\frac{22}{5} \times 11.3 \times l = 355$

$l = \frac{355 \times 7}{22 \times 11.3} = 10$ செ.மீ

(தோராயமாக)

5. ஒரு நேர் வட்டக் கூம்பின் உயரம் 15 செ.மீ மற்றும் அடிப்பக்க விட்டம் 16 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பு

(1) 146π (2) 116π

(3) 126π (4) 136π **[விடை: (4)]**

தீர்வு :

$h = 15, r = \frac{16}{2} = 8$

$l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$

வளைபரப்பு $= \pi rl$

$= \pi \times 8 \times 17$

$= 136\pi$ செ.மீ^{2}

www.nammakalvi.in

6. ஒரு உருளையின் அடிப்பக்க ஆரம் 80 செ.மீ மற்றும் உயரம் 20 செ.மீ எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்புக்கும், வளைபரப்புக்கும் உள்ள விகிதம்

(1) 1 : 5 (2) 2 : 3

(3) 5 : 1 (4) 3 : 2 **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

வளைபரப்பு = $2\pi rh$,

மொத்த புறப்பரப்பு = $2\pi r(h+r)$

$$\text{விகிதம்} = \frac{\text{மொத்தப் புறப்பரப்பு}}{\text{வளைபரப்பு}} = \frac{2\pi r(h+r)}{2\pi rh} = \frac{h+r}{h} = \frac{20+80}{20} = \frac{100}{20} = \frac{5}{1}$$

7. விட்டம் 'r' அலகைக் கொண்ட கோளத்தின் புறப்பரப்பு (சதுர அலகில்)

(1) $2\pi r^2$ (2) πr^2

(3) $\frac{\pi r^2}{2}$ (4) $\frac{\pi r^2}{4}$ **[விடை:(2)]**

தீர்வு :

விட்டம் = r, ஆரம் = $\frac{r}{2}$

$$\text{புறப்பரப்பு} = 4\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 = 4\pi\left(\frac{r^2}{4}\right) = \pi r^2$$

8. ஆரம் $\frac{r}{2}$ மற்றும் உயரம் $2l$ ஐக் கொண்ட கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு (சதுர அலகில்)

(1) $2\pi r(l+r)$ (2) $\pi r\left(l+\frac{r}{4}\right)$

(3) $\pi r(l+r)$ (4) $2\pi rl$ **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

$$\text{மொத்தப் புறப்பரப்பு} = \pi R(L+R) = \pi\left(\frac{r}{2}\right)\left(2l+\frac{r}{2}\right) = \pi r\left(l+\frac{r}{4}\right)$$

9. ஒரு கூம்பின் இடைக் கண்டத்தின் சாயுயரம் 4 செ.மீ மற்றும் அதன் இரண்டு வட்டப் பகுதிகளின் சுற்றளவுகள் முறையே 18 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பு (சதுர செ.மீ –ல்)

(1) 12 (2) 24

(3) 48 (4) 54 **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

சுற்றளவு $2\pi R = 18 \Rightarrow \pi R = 9$

$2\pi r = 6 \Rightarrow \pi r = 3$

இடைக்கண்டத்தின் வளைப்பரப்பு

$$= \pi l(R+r) = l(\pi R+\pi r) = 4(9+3) = 48 \text{ செ.மீ}^2$$

10. சம ஆரம் 'r' ஐக் கொண்ட இரண்டு திண்ம அரைக் கோளங்களின் அடிப்பக்கங்களை ஒன்றாக இணைக்கும் பொழுது உருவாகும் புதிய திண்மத்தின் வளைபரப்பு (சதுர அலகில்)

(1) $4\pi r^2$ (2) $6\pi r^2$

(3) $3\pi r^2$ (4) $8\pi r^2$ **[விடை: (1)]**

தீர்வு :

இரு அரைக்கோளங்களை இணைக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய திண்மம் கோளமாகும்.

கோளத்தின் வளைபரப்பு = $4\pi r^2$

கன அளவு

11. x மற்றும் y என்பன சம உயரங்களைக் கொண்ட இரு உருளைகள் என்க. உருளை 'x' ன் அடிப்பக்க விட்டம் உருளை 'y' ன் அடிப்பக்க விட்டத்தில் பாதியாகும். மேலும் 'x' ன் உயரம் இரு மடங்கு ஆக்கப்பட்டால், x ன் கன அளவு

(1) y ன் கன அளவிற்குச் சமம்

(2) y ன் கன அளவின் இரு மடங்கு

(3) y ன் கன அளவில் பாதி

(4) y ன் கன அளவை விட அதிகம் **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

x, y என்ற இரு உருளைகளின் உயரங்களை 'h' எனவும், ஆரங்கள் முறையே 'r', '2r' எனவும் கொள்க.

x –ன் கன அளவு = $\pi r^2 h$ மற்றும்

y ன் கன அளவு = $\pi(2r)^2 h = 4\pi r^2 h$

x ன் கன அளவு = $\pi r^2(2h) = 2\pi r^2 h = \frac{1}{2}$ (y –ன் கன அளவு)

12. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் அடிப்பக்கப் பரப்பு 78.5 செ.மீ² மற்றும் 12 செ.மீ எனில், அதன் கன அளவு

(1) 341 செ.மீ³ (2) 314 செ.மீ³
(3) 301 செ.மீ³ (4) 304 செ.மீ³ **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

அடிப்பக்கப் பரப்பு = 78.5

அதாவது, $\pi r^2 = 78.5$

மற்றும் h = 12

கன அளவு $= \frac{1}{3}(\pi r^2)h$

$= \frac{1}{3}(78.5)(12)$

= 314 செ.மீ³

13. ஒரு உருளை வடிவத் தூணின் வளைபரப்பு 264 மீ² மற்றும் அதன் கன அளவு 924 மீ³ எனில், அதன் விட்டம்

(1) 12 மீ (2) 13 மீ
(3) 14 மீ (4) 15 மீ **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

வளைபரப்பு = $2\pi rh = 264$ ... (1)

கன அளவு = $\pi^2 rh = 924$ ... (2)

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{924}{264} \Rightarrow r = 7$

∴ விட்டம் = 2(7) = 14 மீ

14. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு 38808 செ.மீ³, எனில் அதன் புறப்பரப்பு

(1) 5544 செ.மீ² (2) 4455 செ.மீ²
(3) 4545 செ.மீ² (4) 5454 செ.மீ²
[விடை: (1)]

தீர்வு :

கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3 = 38808$

$r^3 = 9261 = (21)^3$

r = 21

∴ புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

= 5544 செ.மீ²

15. இரண்டு உருளைகளின் கன அளவுகளின் விகிதம் a : b மற்றும் அவற்றின் உயரங்களின் விகிதம் c : d எனில் அவற்றின் விட்டங்களின் விகிதம்

(1) $\frac{ad}{bc}$ (2) $\frac{ad^2}{bc^2}$

(3) $\sqrt{\frac{ad}{bc}}$ (4) $\sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}}$ **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

r_1, r_2 என்பன முறையே இரு உருளைகளின் ஆரங்கள் எனவும் ck, dk என்பன இரு உருளைகளின் உயரங்கள் எனவும் கொள்க.

∴ கன அளவுகளின் விகிதம் $= \frac{\pi r_1^2 ck}{\pi r_2^2 dk} = \frac{a}{b}$ (கொ.ப)

$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{ad}{bc}}$

16. ஆரம் 6 செ.மீ கொண்ட ஒரு அரைக்கோளக் கொள்கலனில் 325 மி.லி. பால் உள்ளது எனில் கொள்கலனை முழுமையாக நிரப்புவதற்குத் தேவைப்படும் மீதிப் பாலின் கன அளவு

(1) 124.75 மி.லி (2) 127.45 மி.லி
(3) 217.45 மி.லி (4) 117.45 மி.லி
[விடை:(2)]

தீர்வு :

கொள்கலனின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^3$ செ.மீ³

= 452.45 மி.லி

∴ கொள்கலனை நிரப்புவதற்கு தேவைப்படும் பாலின் அளவு = 452.45 – 325

= 127.45 மி.லி

17. ஒரு அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் வெளி மற்றும் உள் விட்டங்கள் முறையே 10 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ எனில், அதன் கன அளவு (செ.மீ³)

(1) 121.87 (2) 121.78
(3) 128.71 (4) 127.81 **[விடை:(4)]**

தீர்வு :

வெளிப்புற ஆரம் $R = \frac{10}{2} = 5$ செ.மீ

உட்புற ஆரம் $r = \frac{8}{2} = 4$ செ.மீ

கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7}(5^3 - 4^3)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7}(61)$

= 127.81 செ.மீ³

www.nammakalvi.in

18. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு மற்றும் புறப்பரப்பு ஆகியவை எண்ணளவில் சமம் எனில், அதன் ஆரம்

(1) 2 அலகுகள் (2) 3 அலகுகள்
(3) 4 அலகுகள் (4) 5 அலகுகள்

[விடை: (2)]

தீர்வு :

கன அளவு = புறப்பரப்பு

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$r = 3$$

19. ஒரு கூம்பின் ஆரம் பாதியாகக் குறைக்கப்பட்டால், அதன் புதிய கன அளவு

(1) $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$ (2) $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 h$

(3) $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{9}\right)^2 h$ (4) $\frac{1}{3}\pi\left(\frac{r^2}{4}\right)\left(\frac{h}{2}\right)$

[விடை: (2)]

இணைந்த திண்மங்கள்

20. ஆரம் 'r' செ.மீ மற்றும் உயரம் 'h' செ.மீ (h > 2r) கொண்ட ஒரு நேர்வட்ட உருளை, கோளத்தை அகத்தே கொண்டுள்ளது எனில், கோளத்தின் விட்டம்

(1) r செ.மீ (2) 2r செ.மீ
(3) h செ.மீ (4) 2h செ.மீ [விடை: (2)]

தீர்வு :

கோளத்தின் விட்டம் = உருளையின் அடிப்பக்க விட்டம்

= 2r

21. சம ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் சம உயரம் 15 செ.மீ கொண்ட இரு கூம்புகளின் அடிப்பக்கங்கள் இணைக்கப்படுகிறது எனில், உருவாகும் புதிய திண்மத்தின் புறப்பரப்பு

(1) 854 செ.மீ^{2} (2) 860 செ.மீ^{2}
(3) 864 செ.மீ^{2} (4) 870 செ.மீ^{2}

[விடை: (1)]

தீர்வு :

சாயுயரம் $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$$= \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$$

புறப்பரப்பு $= 2(\pi r l)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 8 \times 17 = 854.08 \text{ செ.மீ}^2$$

22. ஒரு உருளை, கோளத்தைக் கொண்டுள்ளது எனில் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம்.

(1) 1 : 2 (2) 3 : 2
(3) 4 : 3 (4) 5 : 6 [விடை: (2)]

தீர்வு :

'h' என்பது உருளையின் உயரம் என்க.

கோளத்தின் ஆரம் $= \frac{h}{2}$ = உருளையின் அடிப்பக்க ஆரம்.

இப்போது, $$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^3} = \frac{\pi\frac{h^3}{4}}{4\pi\frac{h^3}{24}} = 3:2$$

23. ஒரு கோளம் மற்றும் கன சதுரத்தின் புறப்பரப்புகள் சமம் எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம்

(1) $\sqrt{6}:\sqrt{\pi}$ (2) $\sqrt{3}:\sqrt{\pi}$

(3) $\pi:\sqrt{2}$ (4) எதுவுமில்லை

[விடை: (1)]

தீர்வு :

கோளத்தின் புறப்பரப்பு = கன சதுரத்தின் புறப்பரப்பு

$$4\pi r^2 = 6a^2$$

$$r^2 = \frac{6a^2}{4\pi} = \frac{3a^2}{2\pi}$$

$$r = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}\sqrt{\pi}}$$

கன அளவுகளின் விகிதம்

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}\sqrt{\pi}}\right)^3}{a^3}$$

$$= \frac{4\pi 3\sqrt{3}}{3.2\sqrt{2}\pi\sqrt{\pi}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{\pi}}$$

24. 'R' அலகு ஆரத்தைக் கொண்ட கோளத்தின் கன அளவும், R' அலகு ஆரத்தைக் கொண்ட கூம்பின் கன அளவும் சமம் எனில், கூம்பின் உயரம் என்பது

(1) R (2) 2R
(3) 3R (4) 4R [விடை: (4)]

www.nammakalvi.in

திண்மங்களை வேறு திண்மங்களாக மாற்றுதல்

25. ஆரம் 2.1 செ.மீ மற்றும் உயரம் 8.4 செ.மீ கொண்ட கூம்பு உருக்கப்பட்டு கோளமாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கோளத்தின் ஆரம்.

(1) 4.2 செ.மீ (2) 2.1 செ.மீ
(3) 2.4 செ.மீ (4) 1.6 செ.மீ **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(2.1)^2(8.4)$

கோளத்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r_1^3$

கொ.ப: $\frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{1}{3}\pi (2.1)^2 (8.4)$

$r_1^3 = (2.1)^3$

$r_1 = 2.1$ செ.மீ

26. அடிப்பக்க விட்டம் 14 செ.மீ கொண்ட இரும்புப்பந்து ஒன்று ஒரு தண்ணீருள்ள பாத்திரத்தில் இடப்படுகிறது. தண்ணீரின் மட்டம் $9\frac{1}{3}$ செ.மீ உயர்கிறது எனில், இடப்பட்ட பந்தின் ஆரம் என்ன?

(1) 3.5 செ.மீ (2) 7 செ.மீ
(3) 9 செ.மீ (4) 12 செ.மீ **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

கோளப்பந்தின் கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$

இப்போது, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi(7)^2\left(\frac{28}{3}\right)$

$r^3 = 7^3$

$\Rightarrow r = 7$

27. ஆரங்கள் முறையே 1 செ.மீ, 6 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ கொண்ட மூன்று தங்கக் கோளத் திண்மங்கள் உருக்கப்பட்டு ஒரே கோளமாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கோளத்தின் ஆரம் என்ன?

(1) 7 செ.மீ (2) 8 செ.மீ
(3) 9 செ.மீ (4) 10 செ.மீ **[விடை: (3)]**

தீர்வு :

புதிய கோளத்தின் ஆரம் $= \left[(1^3 + 6^3 + 8^3)\right]^{\frac{1}{3}}$

$= (729)^{\frac{1}{3}} = 9$

28. 18 செ.மீ விட்டம் கொண்ட ஒரு தாமிரக் கோளம் 4 மி.மீ விட்டமுள்ள கம்பியாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கம்பியின் நீளம்

(1) 143 மீ (2) 243 மீ
(3) 343 மீ (4) 443 மீ **[விடை: (2)]**

தீர்வு :

கோளத்தின் கன அளவு = மின் கம்பி(உருளையின்) கன அளவு

$\frac{4}{3}\pi(9\times9\times9) = \pi\times0.2\times0.2\times h$

$\therefore h = \frac{972\times5\times5}{100} = 243$ மீ

29. ஆரம் 9 செ.மீ உள்ள ஒரு அரைக்கோளக் கிண்ணத்தில் திரவம் உள்ளது. இத்திரவமானது, 3 செ.மீ விட்டமும், 4 செ.மீ உயரமுள்ள சிறு சிறு உருளை வடிவக் குப்பிகளில் நிரப்பப்படுகிறது எனில், கிண்ணத்தில் உள்ள திரவம் காலியாவதற்கு எத்தனை குப்பிகள் தேவை?

(1) 24 (2) 34
(3) 44 (4) 54 **[விடை: (4)]**

தீர்வு :

கிண்ணத்தின் கன அளவு $= \frac{2}{3}\pi(9)^3 = 486\pi$

குப்பியின் கன அளவு $= \pi\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times4 = 9\pi$

$\therefore$ குப்பிகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{486\pi}{9\pi} = 54$

II. இரு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. உயரம் 14 செ.மீ கொண்ட ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு 88 செ.மீ^{2} எனில் அதன் அடிப்பக்க விட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

உருளையின் ஆரம் r = r செ.மீ

உயரம் 'h' = 14 செ.மீ

வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ ச.அ

$\therefore 2\pi rh = 88$

$2\times\frac{22}{7}\times r\times14 = 88$

r = 1 செ.மீ

அடிப்புற விட்டம் $= 2\times1 = 2$ செ.மீ.

2. தண்ணீரை சூடாக்கக் கூடிய ஒரு சாதனத்தில், 28 மீ நீளமும் 5 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு உருளை வடிவக் குழாய் உள்ளது. சூடாக்கப்படும் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

சூடாகும் மொத்த மேற்பரப்பு (கதிர்வீச்சு) = உருளை வடிவக் குழாயின் வளைப்பரப்பு

$= 2\pi rh$

www.nammakalvi.in

உயரம் h = 28 மீ

ஆரம் r = $\frac{5}{2}$ செ.மீ

= 2.5 செ.மீ = 0.025 மீ

∴ சூடாகும் மொத்தப்பரப்பு = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times 28$

= 4.4 $மீ^2$

3. ஒரு கூம்பின் சாயுயரம் 21 மீ மற்றும் அடிப்புற விட்டம் 24 மீ எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு காண்க.

தீர்வு :

விட்டம் = 24 மீ

ஆரம் r = $\frac{24}{2}$ = 12 மீ

சாயுயரம் l = 21 மீ

மொத்தப் புறப்பரப்பு = $\pi r(l+r)$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 12 \times (21+12)$

= 1244.57 $மீ^2$ (தோராயமாக)

4. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 செ.மீ^{2} எனில், அதன் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்தப் புறப்பரப்பு = $4\pi r^2$

$4\pi r^2 = 154$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22} = 12.25$

$r = \sqrt{12.25} = 3.5$

ஆரம் = 3.5 செ.மீ

5. இரும்பினால் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு உள்ளீடற்ற அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் தடிமன் 0.25 செ.மீ மற்றும் அதன் உட்புற ஆரம் 5 செ.மீ எனில், அதன் வெளிப்புற வளைபரப்பைக் காண்க .

தீர்வு:

உட்புற ஆரம் r = 5 செ.மீ

தடிமன் = 0.25 செ.மீ

வெளிப்புற ஆரம் R = 5 + 0.25 = 5.25 செ.மீ

∴ வெளிப்புற வளைபரப்பு = $2\pi R^2$ சதுர அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (5.25)^2$

= 173.25 செ.மீ^{2}

6. ஒரு வாளியின் வட்டப் பகுதிகளின் ஆரங்கள் 15 செ.மீ, 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 24 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

கொ.ப: R = 15 செ.மீ, r = 5 செ.மீ, h = 24 செ.மீ

$l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

$= \sqrt{(24)^2 + (15-5)^2}$

$= \sqrt{676}$ = 26 செ.மீ

வளைபரப்பு = $\pi l(R+r)$

$= \frac{22}{7} \times 26 \times (15 + 5)$

$= \frac{11440}{7}$ = 1634.28 செ.மீ^{2}

7. ஒரு உருளை வடிவப் பாத்திரத்தின் அடிப்பக்க சுற்றளவு 132 செ.மீ மற்றும் உயரம் 25 செ.மீ எனில் அப்பாத்திரத்தில் எத்தனை லிட்டர் நீரை வைக்க முடியும்?

தீர்வு :

ஆரம் = r, உயரம் = h

சுற்றளவு $2\pi r$ = 132

⇒ r = 21 செ.மீ

கன அளவு = $\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 25$

= 34650 செ.மீ^{3}

தண்ணீரின் அளவு = $\frac{34650}{1000}$ லிட்டர்

[∵ 1000 செ.மீ^{3} = 1 லிட்டர்]

= 34.65 லிட்டர்

8. ஒரு கூம்பின் உயரம் 15 செ.மீ மற்றும் கன அளவு 1570 செ.மீ^{3} எனில், அதன் அடிப்பக்க ஆரம் காண்க.

தீர்வு :

h = 15 செ.மீ, ஆரம் = r

கன அளவு $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ = 1570

$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 15 = 1570$

$r = \sqrt{100}$

அடிப்பக்க ஆரம் r = $\sqrt{100}$ = 10 செ.மீ

9. ஒரு கோளப் பந்தின் விட்டம் 0.21 செ.மீ எனில், அதனால் வெளியேற்றப்படும் தண்ணீரின் அளவு யாது?

தீர்வு :

விட்டம் = 0.21 செ.மீ

www.nammakalvi.in

$$\text{ஆரம்} = \frac{0.21}{2} = 0.105 \text{ செ.மீ}$$

வெளியேற்றப்படும் தண்ணீரின் அளவு = பந்தின் கன அளவு

$$= \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.105)^3$$

$$= 0.004851 \text{ செ.மீ}^3$$

10. கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ள ஒரு டம்ளரின் உயரம் 14 செ.மீ. அதன் இரு வட்டப் பகுதிகளின் விட்டங்கள் முறையே 4 செ.மீ மற்றும் 2 செ.மீ எனில், அந்த டம்ளரின் கொள்ளளவு காண்க.

தீர்வு :

கொ.ப: R = 2 செ.மீ, r = 1 செ.மீ

டம்ளரின் கொள்ளளவு = இடைக்கண்டத்தின் சுற்றளவு

$$= \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2) \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{14}{3}((2)^2 \times (2\times 1) + (1)^2)$$

$$= \frac{44}{3}(4+2+1)$$

$$= \frac{308}{3}$$

$$= 102.67 \text{ செ.மீ}^3$$

11. ஒரு கூம்பின் ஆரம் 20 செ.மீ மற்றும் கன அளவு 8800 செ.மீ³ எனில், அதன் உயரம் காண்க.

தீர்வு :

உயரம் = h செ.மீ என்க

ஆரம் = 20 செ.மீ

கன அளவு = 8800 செ.மீ^3

$$\text{கன அளவு} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 8800$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times h = 8800$$

$$h = \frac{8800 \times 3 \times 7}{22 \times 20 \times 20}$$

உயரம் = 21 செ.மீ

12. ஒரு சமமாக்கும் உருளையின் விட்டம் 84 செ.மீ மற்றும் நீளம் 120 செ.மீ. ஒரு விளையாட்டு மைதானத்தை முழுமையாக சமப்படுத்துவதற்கு, உருளையானது 500 சுற்றுகள் எடுத்துக் கொண்டால், விளையாட்டு மைதானத்தின் பரப்பளவை சதுர மீட்டரில் காண்க.

தீர்வு :

சமமாக்கும் உருளையின் விட்டம் = 84 செ.மீ

$$\text{ஆரம்} = \frac{84}{2} = 42 \text{ செ.மீ} = 0.42 \text{ மீ}$$

உயரம் = h = 120 செ.மீ = 1.2 மீ

ஒரு சுழற்சியில் சமமாக்கும் உருளையால் அடைபடும் பரப்பு = உருளையின் வளைபரப்பு

$$= 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1.2$$

$$= 3.168 \text{ மீ}^2$$

$\therefore$ 500 சுழற்சிகளில் அடைபடும் பரப்பு

= விளையாட்டு மைதானத்தின் பரப்பு

$= 500 \times 3.168 = 1584$ சதுர மீ

13. ஒரு கூம்பு வடிவக் கல்லறையின் சாயுயரம் மற்றும் அடிப்புற விட்டம் முறையே 25 மீ, 14 மீ. 100 சதுர மீட்டருக்கு ₹. 210 என்ற முறையில் கல்லறையின் வளைபரப்புக்கு வெள்ளையடிக்க ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

விட்டம் = 14 மீ; ஆரம் = 7 மீ;

சாயுயரம் l = 25 மீ

$$\text{வளைபரப்பு} = \pi rl = \frac{22}{7} \times 7 \times 25$$

$$= 550 \text{ மீ}^2$$

கொ.ப.: 100 சதுர மீட்டருக்கு வெள்ளையடிக்க ஆகும் செலவு = ₹ 210

$\therefore$ கூம்பு வடிவக் கல்லறைக்கு வெள்ளையடிக்க

$$\text{ஆகும் செலவு} = 550 \times \frac{210}{100} = ₹\, 1155$$

14. நிலவின் விட்டம் என்பது தோராயமாக பூமியின் விட்டத்தில் நான்கில் ஒரு பங்கு எனில், அவற்றின் புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு :

பூமியின் விட்டம் ‘R’ என்க.

$$\text{பூமியின் ஆரம்} = \frac{R}{2}$$

www.nammakalvi.in

நிலவின் விட்டம் $= \frac{1}{4}R$

நிலவின் ஆரம் $= \frac{R}{8}$

∴ நிலவு மற்றும் பூமி ஆகியவற்றின் புறப்பரப்புகளின் விகிதம்

$$= \frac{4\pi\left(\frac{R}{8}\right)^2}{4\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2}$$

$$\therefore \text{ விகிதம் } = \frac{1}{16} = 1:16$$

15. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் வட்டப் பகுதிகளின் ஆரங்கள் முறையே 33 செ.மீ, 27 செ.மீ மற்றும் அதன் சாயுயரம் 10 செ.மீ எனில் அதன் மொத்தப் புறப் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு :

கொ.ப : R = 33 செ.மீ, r = 27 செ.மீ மற்றும் l = 10 செ.மீ

∴ இடைக்கண்டத்தின் மொத்தப்புறப்பரப்பு

$$= \pi(R^2 + r^2 + l(R+r))$$

$$= \frac{22}{7}((33)^2 + (27)^2 + 10(33+27))$$

$$= \frac{22}{7}(1089 + 729 + 600)$$

$$= \frac{53196}{7} = 7599.43 \text{ செ.மீ}^2$$

16. ஒரு திண்ம உருளையின் அடிப்பக்க ஆரம் மற்றும் உயரத்தின் கூடுதல் 37 மீ. அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1628 மீ² எனில், திண்ம உருளையின் அடிப்பக்க சுற்றளவையும், கன அளவையும் காண்க.

தீர்வு :

ஆரம் = r, உயரம் = h

மொத்தப்புறப்பரப்பு = 1628

$2\pi r(h+r) = 1628$

$2\pi r(37) = 1628$

$\Rightarrow$ r = 7 மீ

மற்றும் 7 + h = 37

$\Rightarrow$ h = 37 − 7 = 30 மீ

சுற்றளவு $= 2\pi r$

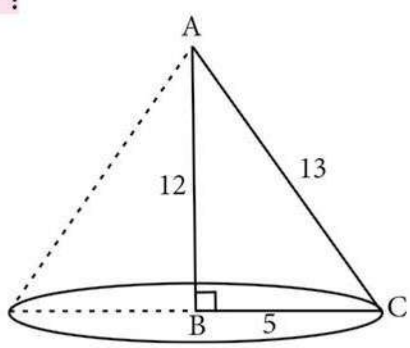
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ மீ}$$

கன அளவு $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 30 = 4620 \text{ மீ}^3$$

17. ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ABC ன் பக்கங்கள் 5 செ.மீ, 12 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ . முக்கோணம் 12 செ.மீ நீளமுள்ள பக்கத்தைப் பற்றிச் சுழலும்போது உருவாகும் திண்மத்தின் கன அளவு காண்க.

தீர்வு :



முக்கோணம் ABC, AB = 12 செ.மீ என்ற பக்கத்தைப் பற்றிச் சுழல்கிறது.

கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$$= \frac{1}{3}\pi(5)^2(12)$$

$$= 100 \times \frac{22}{7}$$

$$= 314 \text{ செ.மீ}^3$$

(தோராயமாக)

18. ஓர் உலோகப் பந்தின் விட்டம் 4.2 செ.மீ. உலோகத்தின் அடர்த்தி 1 கன செ.மீ க்கு 8.9 கிராம் எனில், அப்பந்தின் நிறையைக் காண்க.

தீர்வு :

விட்டம் = 4.2 செ.மீ;

ஆரம் = 2.1 செ.மீ

கன அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$

$= 38.808$ செ.மீ³

பந்தின் நிறை = கன அளவு × அடர்த்தி

$= 38.808 \times 8.9 = 345.3912$ கி

19. கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் வடிவிலுள்ள ஒரு வாளியின் உயரம் 24 செ.மீ மற்றும் மேல்புற, கீழ்ப்புற விட்டங்கள் முறையே 30 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ எனில், அந்த வாளியின் கொள்ளளவு காண்க.

தீர்வு :

கொ.ப: $R = \frac{30}{2} = 15$ செ.மீ, $r = \frac{10}{2} = 5$ செ.மீ

மற்றும் h = 24 செ.மீ

www.nammakalvi.in

கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$ கன அலகுகள்

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 24 \times (15^2 + 15 \times 5 + 5^2)$

$= \frac{22}{7} \times 8 \times (225 + 75 + 25)$

$= \frac{57200}{7} = 8171.42$ செ.மீ³

20. இரும்புத் தகடால் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு அரைக்கோளத் தொட்டியின் தடிமன் 1 செ.மீ. அதன் உட்புற ஆரம் 1 மீ எனில், தொட்டி உருவாக்கப் பயன்படுத்தப்பட்ட இரும்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு :

உட்புற ஆரம் = 'r' மீ = 1 மீ

வெளிப்புற ஆரம் = 'R' மீ = 1 + 0.01 = 1.01 மீ

பயன்படுத்தப்பட்ட இரும்பின் கன அளவு

= வெளிப்புற கன அளவு – உட்புற கன அளவு

$= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$ கன அலகுகள்

$= \frac{2}{3}\pi((1.01)^3 - 1^3)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.030301$

$= 0.06348$ மீ³ (தோராயமாக)

III. ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. இரண்டு கூம்புகள் உள்ளன. ஒன்றின் வளைபரப்பு மற்றொன்றின் வளைபரப்பைப் போல் இரு மடங்கு மற்றும் இரண்டாவது கூம்பின் சாயுயரம் முதல் கூம்பின் சாயுயரத்தைப் போல் இரு மடங்கு எனில் அவற்றின் ஆரங்களின் விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

முதல் கூம்பின் ஆரம் r_1 சாயுயரம் l_1 எனவும், 2 –வது கூம்பின் ஆரம் r_2 சாயுயரம் l_2 எனவும், கொள்க.

முதல் கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi r_1 l_1$

2 –வது கூம்பின் வளைபரப்பு $= \pi r_2 l_2$

கொ.ப: $\pi r_1 l_1 = 2\pi r_2 l_2$

$\Rightarrow r_1 l_1 = 2r_2 l_2$

மற்றும் $r_1 l_1 = 2r_2 (2l_1)$

$r_1 l_1 = 4r_2 l_1$

$r_1 = 4r_2$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{1}$

எனவே, அவற்றின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 : 1

2. ஒரு கோளத்தின் விட்டம் 25% குறைக்கப்பட்டால், அதன் வளைபரப்பு எத்தனை சதவீதம் குறைக்கப்படும்?

தீர்வு :

விட்டம் 'x' அலகுகள் என்க.

ஆரம் $= \frac{x}{2}$ அலகுகள்

∴ கோளத்தின் வளைபரப்பு $= 4\pi r^2$ சதுர அலகுகள்

$= 4\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2$

$= 4\pi\left(\frac{x^2}{4}\right) = \pi x^2$

விட்டம் 25% குறைக்கப்படுகிறது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

புதிய விட்டம் = x – x ன் 25%

$= x\left(1 - \frac{25}{100}\right) = \frac{3}{4}x$

புதிய ஆரம் $= \frac{3x}{8}$

புதிய கோளத்தின் வளைபரப்பு

$= 4\pi\left(\frac{3x}{8}\right)^2 = \frac{9\pi x^2}{16}$

வளைபரப்பின் குறைவு $= \pi x^2 - \frac{9\pi x^2}{16} = \frac{7\pi x^2}{16}$

எனவே, குறைவின் சதவீதம்

$= \frac{\frac{7\pi x^2}{16}}{\pi x^2} \times 100\%$

$= 43.75\%$

3. ஒரு திண்ம உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 462 சதுர செ.மீ. இதன் வளைபரப்பு, மொத்தப் புறப்பரப்பின் மூன்றின் ஒரு பங்கு எனில், உருளையின் கன அளவு காண்க.

தீர்வு :

ஆரம் = r, உயரம் = h

மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\pi r(h + r)$ சதுர அலகுகள்

கொ.ப: $2\pi r(h + r) = 462$

$r(h + r) = \frac{462 \times 7}{2 \times 22} = \frac{147}{2}$ ... (1)

வளைபரப்பு $= 2\pi rh$ சதுர அலகுகள்

கொ.ப: $2\pi rh = \frac{1}{3}(2\pi r(h + r))$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{h+r}{3} \quad \Rightarrow \quad r = 2h \qquad \dots (2)$$

(2) ஐ (1) –ல் பிரதியிட

$$2h\,(h + 2h) = \frac{147}{2}$$

$$6h^2 = \frac{147}{2}$$

$$h^2 = \frac{49}{4} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{7}{2}$$

$$\therefore \quad r = 2h = 2\left(\frac{7}{2}\right) = 7 \text{ செ.மீ}$$

$$\therefore \quad \text{கன அளவு} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times (7)^2 \left(\frac{7}{2}\right)$$

$$= 539 \text{ செ.மீ}^3$$

4. 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பின் வளைபரப்பு 550 செ.மீ² எனில், அதன் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{ஆரம்} = r,$$

$$\text{சாயுயரம்} = l$$

$$\text{மற்றும் } l^2 = r^2 + h^2$$

$$= r^2 + 24^2 = r^2 + 576$$

$$\text{வளைபரப்பு} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times r \times \sqrt{r^2 + 576} \text{ செ.மீ}^2$$

$$\frac{22}{7} \times r \times \sqrt{r^2 + 576} = 550$$

$$r\sqrt{r^2 + 576} = 175$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$r^2\,(r^2 + 576) = (175)^2$$

$$\Rightarrow \quad r^4 + 576\,r^2 - (175)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad (r^2 - 49)\,(r^2 + 625) = 0$$

$$r^2 + 625 \neq 0, \quad \therefore \quad r^2 - 49 = 0$$

$$r^2 = 49$$

$$r = 7 \text{ செ.மீ.}$$

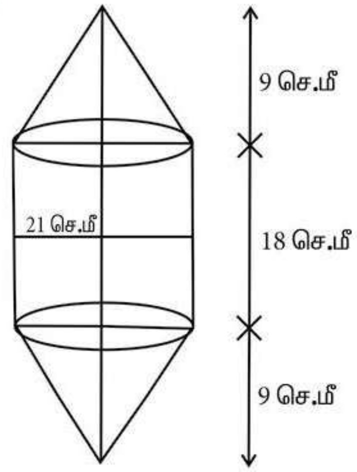
$$\therefore \quad \text{கன அளவு} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$$

$$= 1232 \text{ செ.மீ}^{32}$$

5. ஒரு பெட்ரோல் தொட்டி உருளையின் இருபுறங்களிலும் கூம்புப் பகுதிகளை இணைத்ததுபோல் உள்ளது. உருளையின் அடிப்புற விட்டம் 21 செ.மீ மற்றும் நீளம் 18 செ.மீ மற்றும் கூம்புப் பகுதியின் அச்சின் நீளம் 9 செ.மீ எனில் அத்தொட்டியின் கொள்ளளவைக் காண்க.

தீர்வு :



உருளைப் பகுதியின் கன அளவு

$$= \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right)^2 \times 18$$

$$= 6237 \text{ செ.மீ}^3$$

இரண்டு கூம்புப் பகுதிகளின் கன அளவு

$$= 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right)^2 \times 9 \text{ செ.மீ}^3$$

$$= \frac{174636}{84}$$

$$= 2079 \text{ செ.மீ}^3$$

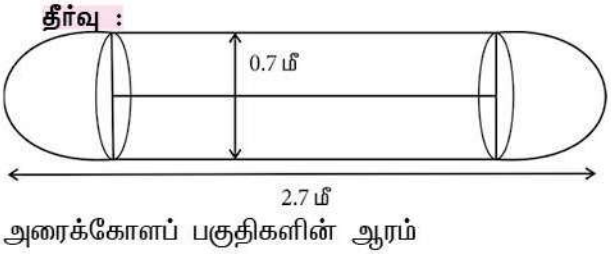
∴ தொட்டியின் கொள்ளளவு = உருளையின் கன அளவு + 2 கூம்புகளின் கன அளவு

$$= 6237 + 2079$$

$$= 8316 \text{ செ.மீ}^3$$

6. உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளங்கள் இணைத்தது போல் உள்ள திண்மத்தின் மொத்த நீளம் 2.7 மீ மற்றும் அரைக்கோளப் பகுதிகளின் விட்டம் 0.7 மீ எனில், திண்மத்தின் கன அளவு காண்க.

தீர்வு :



அரைக்கோளப் பகுதிகளின் ஆரம்

www.nammakalvi.in

$= \frac{1}{2} \times 0.7$

$= \frac{0.7}{2}$ மீ $= \frac{7}{20}$ மீ

திண்மத்தின் மொத்த நீளம் = 2.7 மீ

இரு அரைக் கோளங்களின் கன அளவு

$= 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$ கன அலகுகள்

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{20}\right)^3$

$= 0.1797$ மீ^{3}

உருளையின் கன அளவு

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{20}\right)^2 \times 2$

$= 0.77$ மீ^{3}

∴ திண்மத்திற்கான கன அளவு

$= 0.1797 + 0.77$

$= 0.95$ மீ^{3} (தோராயமாக)

7. உட்புற விட்டம் 36 செ.மீ உள்ள ஒரு அரைக்கோளக் கிண்ணத்தில் திரவம் உள்ளது. இந்த திரவம், 3 செ.மீ ஆரம் மற்றும் 6 செ.மீ உயரமுள்ள உருளை வடிவக் குப்பிகளில் நிரப்பப்படுகிறது. கிண்ணத்தில் உள்ள மொத்த திரவத்தையும் காலியாக்க எத்தனைக் குப்பிகள் தேவைப்படுகிறது?

தீர்வு :

அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் ஆரம்

$= \frac{36}{2} = 18$ செ.மீ

அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் கன அளவு

$= \frac{2}{3}\pi r^3$ கன அலகுகள்

$= \frac{2}{3}\pi (18)^3$ செ.மீ^{3}

உருளை வடிவக் குப்பியின் உயரம் = 6 செ.மீ

உருளை வடிவக் குப்பியின் ஆரம் = 3 செ.மீ

உருளை வடிவக் குப்பியின் கன அளவு

$= \pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \pi (3)^2 (6)$

∴ தேவைப்படும் குப்பிகளின் எண்ணிக்கை = $\frac{\text{அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் கன அளவு}}{\text{குப்பியின் கன அளவு}}$

∴ தேவைப்படும் குப்பிகளின் எண்ணிக்கை

$= \frac{\frac{2}{3}\pi (18)^3}{\pi (3)^2 (6)} = 72$

8. தலைகீழாகத் திருப்பப்பட்ட கூம்பின் வடிவத்தில் ஒரு பாத்திரம் உள்ளது. இதன் உயரம் 8 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ. பாத்திரத்தின் விளிம்பு வரை தண்ணீர் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. 0.5 செ.மீ ஆரமுள்ள காரீயக் குண்டுகள் பாத்திரத்தில் இடப்படும்பொழுது நான்கில் ஒரு பங்கு தண்ணீர் வெளியேற்றப்படுகிறது. பாத்திரத்தில் இடப்பட்ட காரீயக் குண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு :

கூம்பின் ஆரம் r = 5 செ.மீ, உயரம் h = 8 செ.மீ

கூம்பின் கன அளவு = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ கன அலகுகள்

$= \frac{1}{3}\pi (5)^2 (8) = \frac{200\pi}{3}$ செ.மீ^{3}

கொ.ப: கூம்பின் அதன் விளிம்பு வரை தண்ணீர் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. மேலும், காரீயக் குண்டுகளை இடும் பொழுது, நான்கில் ஒரு பங்கு தண்ணீர் வெளியேறுகிறது.

வெளியேற்றப்பட்ட தண்ணீரின் கன அளவு

$\frac{1}{4} \times \frac{200}{3} = \frac{50\pi}{3}$ செ.மீ^{3}

காரீயக் குண்டின் கன அளவு

$= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \frac{\pi}{6}$ செ.மீ^{3}

∴ பாத்திரத்தில் இடப்பட்ட காரீயக் குண்டுகளின் எண்ணிக்கை

$= \frac{50\pi/3}{\pi/6} = 100$

IV. எட்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. ஒரு தொழிற்சாலை தினமும் 1,20,000 பென்சில்களைத் தயாரிக்கிறது. பென்சில்கள் உருளை வடிவத்திலுள்ளன. மேலும் ஒவ்வொன்றின் நீளம் 25 செ.மீ மற்றும் சுற்றளவு 1.5 செ.மீ. ஒரு சதுர டெசி மீட்டருக்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு ₹ 0.05 எனில், ஒரு நாளில் உற்பத்தியாகும் மொத்தப் பென்சில்களின் வளைபரப்புகளுக்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு :

அடிப்புற ஆரம் 'r' செ.மீ என்க.

$$\text{சுற்றளவு} = 2\pi r$$

$$2\pi r = 1.5 \text{ செ.மீ}$$

$$r = \frac{1.5}{2\pi} = \frac{10.5}{44} \text{ செ.மீ}$$

பென்சிலின் வளைபரப்பு

$$= 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{10.5}{44} \times 25$$

100 சதுர செ.மீ க்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = ₹. 0.05

[$\because$ 1 சதுர டெசி.மீ = 100 சதுர செ.மீ]

வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு

$$= \frac{0.05}{100} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{10.5}{44} \times 25$$

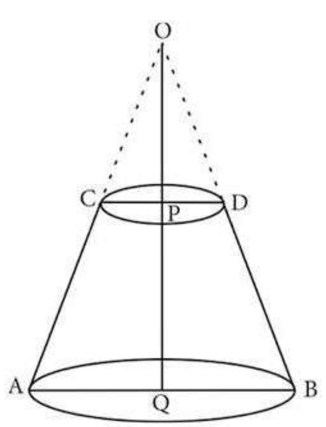
$$= ₹\ \frac{3}{160}$$

எனவே, 1,20,000 பென்சில்களுக்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு

$$= \frac{3}{160} \times 120000 = ₹\ 2250$$

2. ஒரு கூம்பின் உயரம் 30 செ.மீ. அதன் அடிப்பகுதிக்கு இணையாக, கூம்பின் மேல்புறத்திலிருந்து ஒரு சிறிய கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. சிறிய கூம்பின் கன அளவு, கொடுக்கப்பட்ட கூம்பின் கன அளவில் $\frac{1}{27}$ மடங்கு எனில், எந்த உயரத்தில் சிறிய கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டது என்பதைக் காண்க.

தீர்வு :



முந்தைய கூம்பு OAB –ன் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

$$= \frac{1}{3}\pi (R^2)(30) = 10\pi R^2 \text{ செ.மீ}^3$$

சிறிய கூம்பு OCD –ன் கன அளவு

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{ கன அலகுகள்}$$

கொ.ப: கூம்பு OCD –ன் கன அளவு

$$= \frac{1}{27} \text{ (கூம்பு OAB –ன் கன அளவு)}$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{27}(10\pi R^2)$$

$$h = \frac{10\pi R^2}{27}\left(\frac{3}{\pi r^2}\right)$$

$$= \frac{10}{9}\left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad \ldots (1)$$

OQB மற்றும் OPD என்ற வடிவொத்த முக்கோணங்களிலிருந்து,

நமக்குக் கிடைப்பது

$$\frac{QB}{PD} = \frac{OQ}{OP} = \frac{30}{h}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{30}{h} \quad \ldots (2)$$

(2) ஐ (1) –ல் பிரதியிட

$$h = \frac{10}{9}\left(\frac{30}{h}\right)^2$$

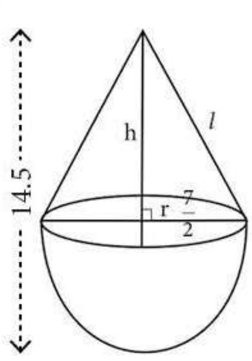
$$h^3 = 1000$$

$$h = 10 \text{ செ.மீ}$$

எனவே, அடிப்பக்கத்திலிருந்து (30 – 10 = 20) 20 செ.மீ உயரத்தில் சிறிய கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டது.

3. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மேல்புறத்தில் கூம்பு உள்ளது போன்ற வடிவத்தில் ஒரு பொம்மை உள்ளது. அரைக்கோளத்தின் விட்டம் 7 செ.மீ மற்றும் பொம்மையின் மொத்த உயரம் 14.5 செ.மீ எனில், பொம்மையின் கன அளவு மற்றும் மொத்தப்புறப்பரப்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :



அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $'r' = \frac{7}{2} = 3.5$ செ.மீ

கூம்பின் அடிப்புற ஆரம் = 3.5 செ.மீ

www.nammakalvi.in

பொம்மையின் மொத்த உயரம் = 14.5 செ.மீ

கூம்புப் பகுதியின் உயரம் = 14.5 – 3.5 = 11 செ.மீ

$$\text{கூம்பின் சாயுயரம் } l = \sqrt{h^2 + r^2}$$
$$= \sqrt{11^2 + 3.5^2}$$
$$= \sqrt{121 + 12.25}$$
$$= \sqrt{133.25}$$
$$= 11.54 \text{ செ.மீ}$$

பொம்மையின் கன அளவு = கூம்பின் கன அளவு + அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

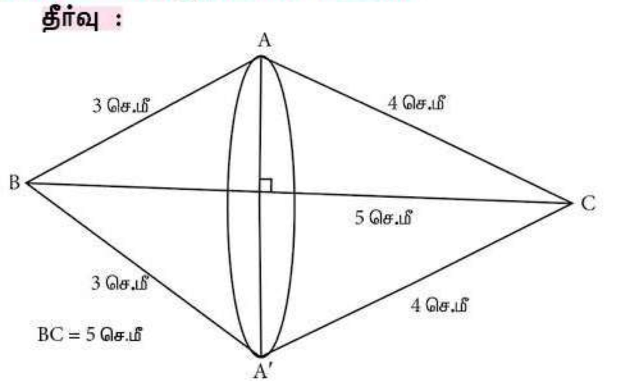
$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$$
$$= \frac{\pi r^2}{3}(h + 2r)$$
$$= \frac{22}{3 \times 7} \times 12.25 \times 18$$
$$= 231 \text{ செ.மீ}^3$$

பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = கூம்பின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$$= \pi r l + 2\pi r^2 = \pi r(l + 2r)$$
$$= \frac{22}{7} \times 3.5\ (11.54 + 2 \times 3.5)$$
$$= 22 \times 0.5 \times 18.54 = 203.94 \text{ செ.மீ}$$

4. 3 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ பக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணம் அதன் கர்ணத்தைப் பற்றிச் சுழல்கிறது எனில் உருவாகும் இரட்டைக் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு :



செங்கோண முக்கோணம் ABC என்பது, A –ல் செங்கோணத்தைக் கொண்டுள்ளது. மேலும் அதன் பக்கங்கள் AB, AC என்பன முறையே 3 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ.

பக்கம் BC –ன் நீளம் (கர்ணம்)

$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{25} = 5 \text{ செ.மீ}$$

முக்கோணம். ABC, கர்ணம் BC ஐப் பற்றிச் சுழல்வதால் இரட்டைக் கூம்பு உருவாகிறது.

திண்மம் BAA' மற்றும் CAA' என்ற இரண்டு கூம்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

AO மற்றும் $A'O$ என்பது பொதுவான ஆரம்.

கூம்பு CAA' –ன் உயரம் CO மற்றும் சாயுயரம் 4 செ.மீ

கூம்பு BAA' –ன் உயரம் BO மற்றும் சாயுயரம் 3 செ.மீ.

இப்போது, ΔAOB மற்றும் ΔCAB என்பன வடிவொத்தவை.

∴ ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமத்திலிருக்கும்.

$$\text{அதாவது, } \frac{AO}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{BO}{AB}$$
$$\Rightarrow \frac{AO}{4} = \frac{3}{5}$$
$$\Rightarrow AO = \frac{12}{5} \text{ செ.மீ}$$
$$\text{இதேபோல், } \frac{BO}{3} = \frac{3}{5}$$
$$\Rightarrow BO = \frac{9}{5} \text{ செ.மீ}$$
$$CO = BC - BO$$
$$= 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5} \text{ செ.மீ}$$

$r = \frac{12}{5}$ செ.மீ , $h_1 = BO = \frac{9}{5}$ செ.மீ ,

$$h_2 = CO = \frac{16}{5} \text{ செ.மீ}$$

∴ இரட்டைக் கூம்பின் கன அளவு

$$= \left(\frac{1}{3}\pi r^2 \times BO\right) + \left(\frac{1}{3}\pi r^2 \times CO\right)$$
$$= \frac{1}{3}\pi r^2 (BO + CO)$$
$$= \frac{22}{7 \times 3}\left(\frac{12}{5}\right)^2 \left(\frac{9}{5} + \frac{16}{5}\right)$$
$$= \frac{22}{7 \times 3} \times \frac{12}{5} \times \frac{12}{5} \times 5$$
$$= 30.17 \text{ செ.மீ}^3$$